groß ausdrucken

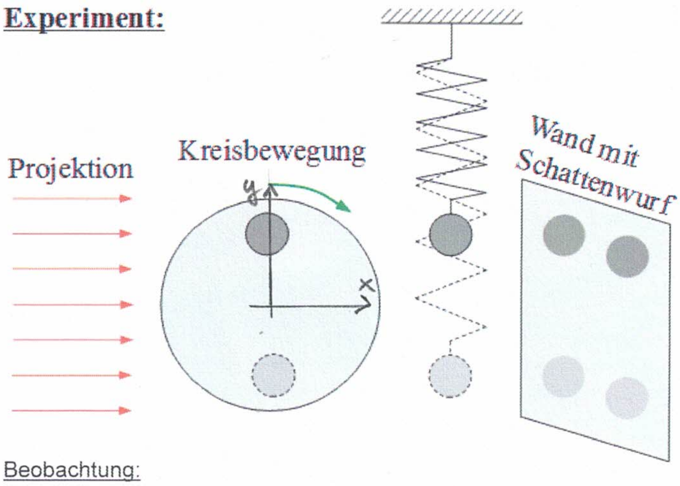
5. Die mechanische Schwingung

5.1 Bewegungsgleichungen

Vergleich von Schwingung und Kreisbewegung:

In der Elektrik bilden Schwingungen die Grundlage für die Funktion von Computern und Smartphones. Als erzeugender Vorgang von elektromagnetischen Wellen sind sie auch der Ausgangspunkt von jeder drahtloser Kommunikation. Das Wesen von Schwingungen lernen wir aufgrund der einfachen Beobachtbarkeit aber an mechanischen Schwingungen kennen.
Im Experiment lassen wir ein Massenstück an einer Schraubenfeder auf- und abschwingen. Daneben dreht sich eine Kreisscheibe mit konstanter Geschwindigkeit, auf deren Rand eine Holzkugel befestigt ist. Durch Projektion können wir die beiden Bewegungen vergleichen.
Beschreibe Deine Beobachtung hierbei. Erläutere, wie dies für die Analyse der Schwingung genutzt werden kann.

Experiment:



Beobachtung:

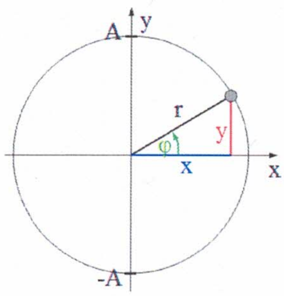
Die beiden Schatten bewegen sich synchron.

Folgerung:

Die Holzkugel auf der Kreisscheibe bewegt sich in y-Richtung genauso wie der Pendelkörper.

Wir betrachten jeweils die y-Komponente der Kreisbewegung, die der y-Komponente der Schwingung entspricht. ***Gib die Ortskoordinate y(t) mit Hilfe abhängig vom Winkel an, führe dann über den Winkel die Zeitabhängigkeit ein.*** *Statt dem Buchstaben r verwendet man bei der Schwingung A (Amplitude).*

Zeit-Auslenkungs-Gleichung y(t):



$y = r \cdot \sin\varphi \qquad \varphi = \omega \cdot t$

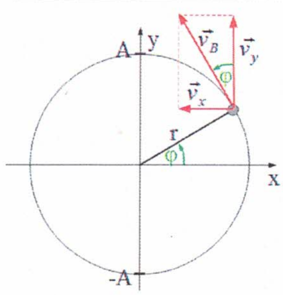
$y = r \cdot \sin(\omega t)$

$\boxed{y(t) = A \cdot \sin(\omega t)}$

Beachte: ω kann man aus T ausrechnen $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Wiederhole Dein Vorgehen für die Geschwindigkeitskomponente v_y. Nutze dabei die Zeichnung. Verwende geeignete Formeln aus der Kreisbewegung.

Zeit-Geschwindigkeits-Gleichung v(t):



v_B ist tangential zum Kreis

$v_B = r \cdot \omega$

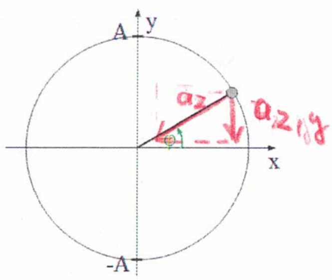
Zerlegung: $v_y = v_B \cdot \cos\varphi$

$v_y = r\omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$

$\boxed{v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)}$

Für die Beschleunigung nutzen wir unser Wissen über die Zentripetalkraft. ***Betrachte auch hier wieder die y-Komponente und leite die Gleichung dafür her.***

Zeit-Beschleunigungs-Gleichung a(t):



$F_z = m\omega^2 r$

$\rightarrow a_z = \frac{F_z}{m} = \omega^2 r$

$a_{z,y} = -a_z \cdot \sin\varphi$

$a(t) = -\omega^2 r \sin(\omega \cdot t)$

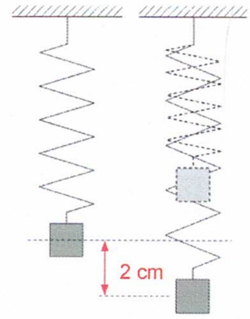
$\boxed{a(t) = -A\omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)}$

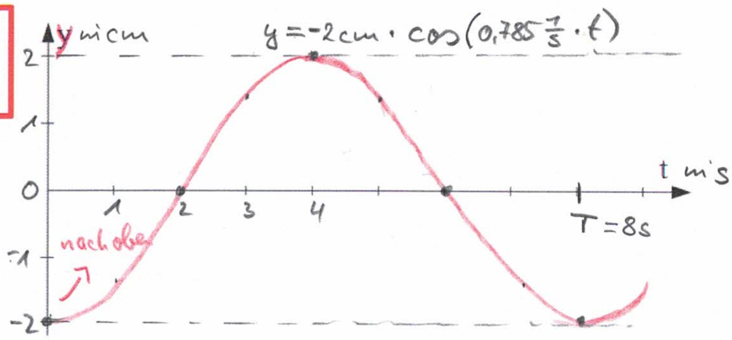
Beachte:

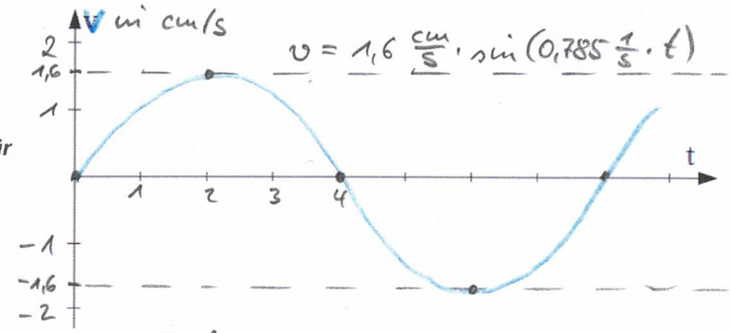
> Die verwendeten Winkelfunktionen hängen stets vom Start der Bewegung ab.

Musteraufgabe:

Ein Federpendel wird aus der Ruhelage um 2 cm nach unten gezogen und dann losgelassen. Es schwingt dann mit einer Periodendauer von 8,0 s.
a) Zeichne den zeitlichen Verlauf der Auslenkung y(t) und stelle die Bewegungsgleichung dafür auf.
b) Leite aus a) den Verlauf der Geschwindigkeitskurve ab. Formuliere auch die Gleichung hierfür.
c) Wiederhole Dein Vorgehen für die Beschleunigung a(t).

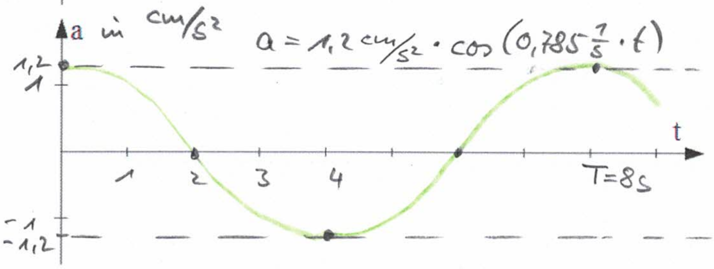






$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8s} = 0{,}785 \frac{1}{s}$

$v_{max} = A \cdot \omega = 2cm \cdot 0{,}785 \frac{1}{s} = 1{,}6 \frac{cm}{s}$



$a_{max} = A \cdot \omega^2 = 2cm \, (0{,}785 \frac{1}{s})^2 = 1{,}2 \frac{cm}{s^2}$

a(t) gegenläufig zu y(t) !

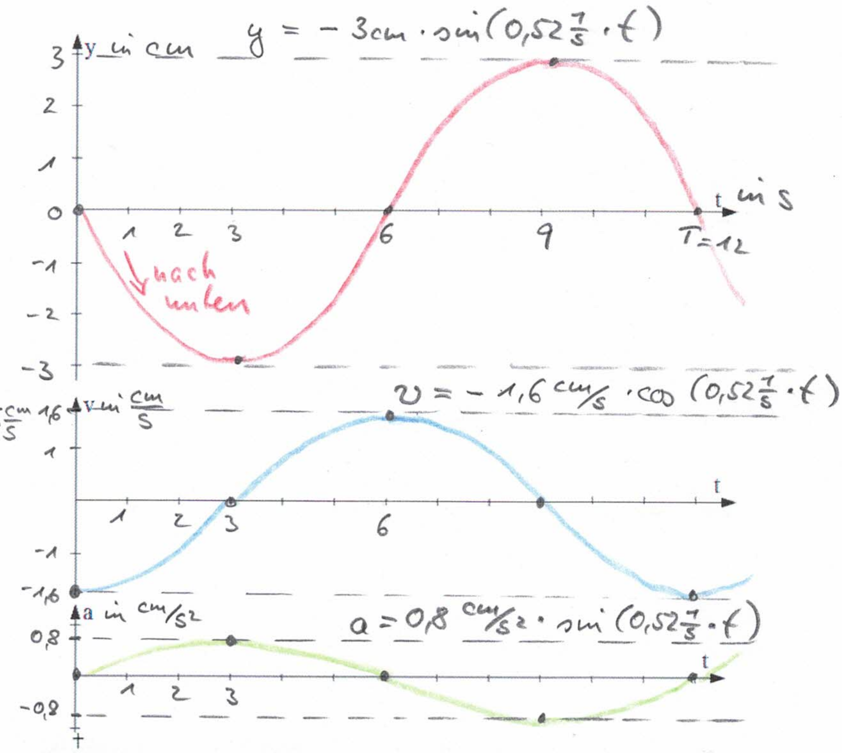
Training:

Wiederhole die vorige Aufgabe mit folgenden Daten: Die Schwingsdauer beträgt 12 s, die Auslenkung 3 cm. Das Pendel startet aus der Ruhelage durch kurzes Anstupsen nach unten.

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12s} = 0{,}52 \frac{1}{s}$

$v_{max} = A \cdot \omega = 3cm \cdot 0{,}52 \frac{1}{s} = 1{,}6 \frac{cm}{s}$

$a_{max} = A \cdot \omega^2 = 3cm \cdot (0{,}52 \frac{1}{s})^2 = 0{,}8 \frac{cm}{s^2}$



Selbst-Check:
- **Vergleich Schwingung und Kreisbewegung**
- **Bewegungsgleichungen für Schwingung**
- **Diagramme der Bewegungsgleichungen**
- **Startbedingung**

Übungsmöglichkeiten:

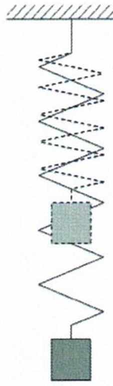
Zwei Tests sowie passende Aufgaben zu diesem und dem nächsten Kapitel gibt's auf Leifiphysik unter Teilgebiet Mechanik - Mechanische Schwingungen - Harmonische Schwingungen. Auch hier reichen wieder die leichten (grünen).

Stoppuhren für Schüler!

In diesem Experiment untersuchen wir den Zusammenhang zwischen der Masse m des Pendelkörpers und der Periodendauer T der Schwingung (Schwingungsdauer). Zur Verbesserung der Mess-genauigkeit stoppen wir die Zeit für 10 volle Schwingungen und teilen diese durch 10.
Zeichne ein m-T-Diagramm und interpretiere die Form des Graphen. Überprüfe Deine Vermutung durch Berechnung einer geeigneten 3. Zeile in der Messtabelle.

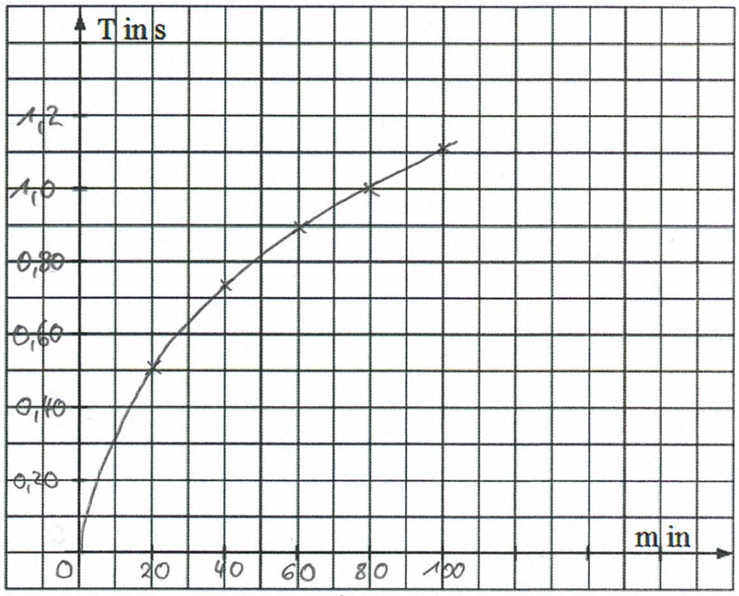
5.2 Periodendauer der Schwingung

Experiment: Periodendauer und Masse des Federpendels



erst nach dem Graph

m in g	20	40	60	80	100
T in s	0,51	0,73	0,89	1,03	1,15
T^2 in s^2	0,26	0,53	0,79	1,06	1,32



Federhärte der verwendeten Feder:

$D = 3{,}0\ N/m$

Ergebnis:

Der Graph zeigt eine Wurzelfunktion

Tabelle: $T^2 \sim m \rightarrow T \sim \sqrt{m}$

In diesem Experiment vergleichen wir die Schwingungsdauern an zwei unterschiedlichen Federn (Federhärte D) bei gleichen Massen.
Beschreibe den Einfluss der Federhärte auf die Schwingungsdauer. Untersuche den Zusammen-hang dann quantitativ genauer.

Beide Experimente lassen sich zu einer gemeinsamen Formel zusammenführen.

Experiment: Einfluss der Federhärte D auf die Schwingungsdauer

Masse des Pendelkörpers: m = 100 g

$\cdot 3{,}3$

D in N/m	3,0	10
T in s	1,1	0,6
T^2 in s^2	1,2	0,36

$:3{,}3$

Beobachtung:

Ist die Federhärte 3,3-mal so groß, so wird T^2 durch 3,3 geteilt.

Ergebnis:

$$T^2 \sim \frac{1}{D} \rightarrow T \sim \sqrt{\frac{1}{D}}$$

Zum virtuellen Experimentieren rund um diese Formel gibt es eine schöne Simulation auf der Seite der University of Colorado in Boulder (phet.colorado.edu/de/simulations findest Du auch leicht mit den Suchbegriffen "phet simulation"). Sie heißt "Massen und Federn" und läuft als html5-Datei in jedem Browser.

Zusammenführung der beiden Experimente:

$$\left.\begin{array}{l} T \sim \sqrt{m} \\ T \sim \sqrt{\frac{1}{D}} \end{array}\right\} \quad T \sim \sqrt{m} \cdot \sqrt{\frac{1}{D}} = \sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow T = const. \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

hier const. $= 2\pi \rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$

Beachte:

Grundeinheiten verwenden $[m] = kg$, $[D] = \frac{N}{m}$

Messergebnisse sind konsistent zur Berechnung mit Formel

Ein Pendelkörper der Masse 200 g hängt an einer Feder der Härte 20 N/m. Aus seiner Ruhelage hebt man den Pendelkörper um 5,0 cm nach oben und lässt ihn dann los.
a) Beschreibe die Bewegung des Pendelkörpers.
b) Berechne die Periodendauer der Schwingung.
c) Berechne seine maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung.
d) Zeichne die zeitabhängigen Diagramme für Auslenkung, Geschwindigkeit und Beschleunigung und gib auch deren Funktionsterme unter Verwendung der Zahlenwerte an. Achte dabei auf die Startsituation

Musteraufgabe: (ab c, Training)

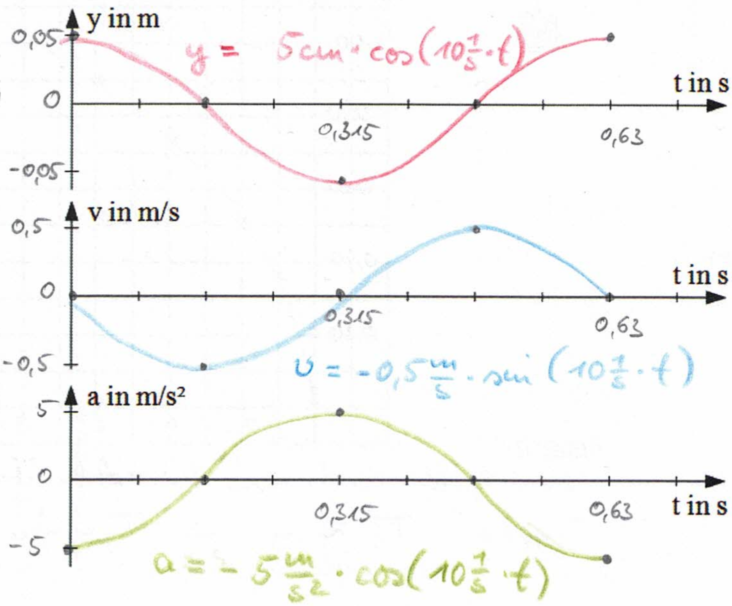
a) Der Pendelkörper schwingt auf und ab. Er wird dabei periodisch schneller und langsamer und wechselt die Richtung.

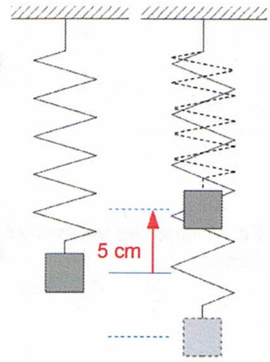
b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2\,kg}{20\,\frac{N}{m}}} = \underline{0{,}63\,s}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}63\,s} = \underline{10\,\frac{1}{s}}$

c) $v_{max} = A\cdot\omega = 0{,}05\,m\cdot 10\,\frac{1}{s} = \underline{0{,}50\,\frac{m}{s}}$

$a_{max} = A\cdot\omega^2 = 0{,}05\,m\cdot\left(10\,\frac{1}{s}\right)^2 = \underline{5{,}0\,\frac{m}{s^2}}$

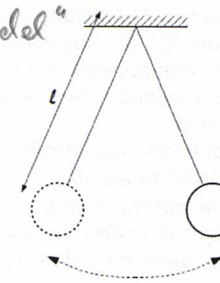




Diese Aufgabe stammt vom ISB Bayern zur Umsetzung des Physiklehrplanes. Du übst hier, in einer noch unbekannten Situation.
Die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels kann man mithilfe der angegebenen Formel berechnen. Dabei ist l die Fadenlänge und g die Fallbeschleunigung.
a) Berechne die Schwingungsdauer T eines Pendels der Länge l = 25 cm in Bayern (g = 9,8 m/s²).
b) Wie lang ist ein Sekundenpendel (T = 1,0 s) auf dem Mond (Fallbeschleunigung dort g_{Mo} = 1,6 m/s²)?
c) Du beobachtest (in Bayern) ein Sekundenpendel, das in einem Aufzug hängt. Der Aufzug steht zunächst im Erdgeschoss, fährt dann aber ins 3. OG und dann wieder hinunter. Bearbeite die Tabelle.

Training: Fadenpendel

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}25\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} = \underline{1{,}0\,s}$ „Sekundenpendel“



b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}} \quad |^2$

$\frac{l}{g} = \frac{T^2}{4\pi^2} \quad |\cdot g$

$l = \frac{T^2}{4\pi^2}\cdot g = \frac{(1{,}0\,s)^2}{4\pi^2}\cdot 1{,}6\,\frac{m}{s^2} = 0{,}041\,m = \underline{4{,}1\,cm}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Die Schwingungsdauer T ist … wie vor dem Losfahren.	größer	gleich	kleiner
1. Der Aufzug beschleunigt nach oben.			X
2. Der Aufzug fährt mit konstanter Geschwindigkeit.		X	
3. Der Aufzug bremst ab.	X		
4. Der Aufzug steht.		X	
5. Der Aufzug beschleunigt nach unten.	X		
6. Der Aufzug fährt mit konstanter Geschwindigkeit hinunter.		X	
7. Der Aufzug bremst ab.			X

Selbst-Check:
- **Masse und Schwingungsdauer**
- **Federhärte und Schwingungsdauer**
- **gesamte Formel**
- **Fadenpendel**

Übungsmöglichkeiten:

Zum Thema gibt es zwei Leifitests unter Teilgebiet Mechanik - Mechanische Schwingungen - Federpendel. Alle anderen Aufgaben in diesem Bereich liegen schon zumeist außerhalb unserer Betrachtungen.