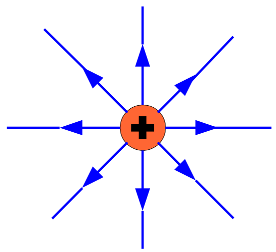
*Physikalisch ist das natürlich nicht möglich, da jedes Objekt eine Ausdehnung besitzt, es handelt sich hier also um eine Modellvorstellung. Ein einzelnes Elektron oder Proton kommt dieser Vorstellung scheinbar schon recht nahe, allerdings kommt es darauf an, in welchen Dimensionen wir uns mit unseren Fragestellungen bewegen.*

# 1.4 Feld einer punktförmigen Ladung

## Struktur

**Unter einer punktförmigen Ladung stellen wir uns eine Ladung vor, die keine räumliche Ausdehnung hat. Ihr Feldstruktur entspricht dem, was wir von kugelförmigen Ladungen kennen.**



*Wir beginnen mit der quantitativen Betrachtung der Kräfte zwischen Ladungen. Qualitativ haben wir das bereits bei Kräften zwischen geladenen Christbaum-kugeln oder zwischen den Zeigern eines Elektroskops gesehen.*
***Stelle in beiden gezeichneten Situationen die jeweils wirkenden Kräfte mit Hilfe von Pfeilen dar! Achte dabei auf die Länge der Kraftpfeile (alle gezeichneten Ladungen sollen gleich groß sein).*** *→ Lösung*
***Wovon wird prinzipiell die Größe dieser Kräfte abhängen?***

## Das coulombsche Gesetz - Zielsetzung

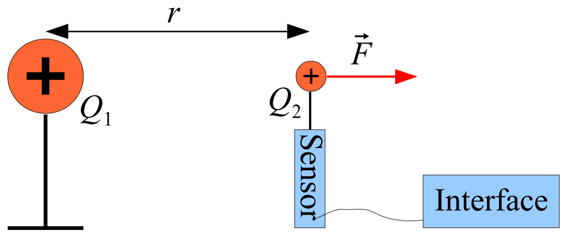
Das Gesetz des Physikers Coulomb beschreibt die anziehenden Kräfte zwischen zwei ungleichnamigen Ladungen ebenso wie die abstoßenden Kräfte zwischen gleichnamigen.

***Trage die zu messenden Größen in die nebenstehende Auflistung ein!***
***Diskutiere Probleme, die sich bei dieser Experimentier-anordnung ergeben könnten!*** *→ Lösung*

***(Beispiel für Messdaten)***

## Experiment zum Coulombgesetz

Prinzipiell müssen wir mit Hilfe der wohl bekannten Anordnung mit zwei geladenen Kugeln folgende Größen messen:




- 
- 
- 

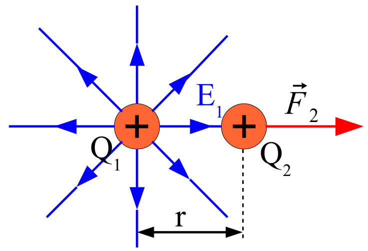
Probleme:

- 
- 

*Aufgrund der experimentellen Schwierigkeiten werden wir auch hier einen quantitativen Zusammenhang zunächst durch Plausibilitätsbetrachtungen gewinnen. Zu einem späteren Zeitpunkt werden wir hoffentlich noch ein gänzlich anderes Experiment durchführen, aus dem sich das Coulombgesetz ableiten lässt (allerdings ist die Ableitung durchaus abstrakt).*

*Das erste Bildchen betrachten wir gemeinsam,* ***im zweiten Bildchen kannst Du selbst die entsprechenden Schlüsse ziehen.***

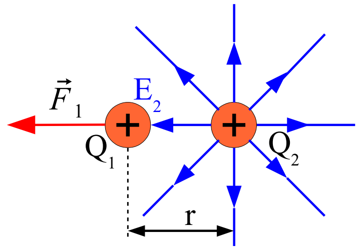
**Einfluss der beteiligten Ladungen auf die Kraft**




Wir betrachten zunächst das Feld der Ladung $Q_1$, in dem sich die Ladung $Q_2$ befindet. Die Feldstärke im Abstand r vom Mittelpunkt der Ladung $Q_1$ nennen wir $E_1$. Nach der Definition der Feldstärke können wir die Kraft $F_2$ auf die Ladung $Q_2$ dann berechnen als:

$F_2$ = …..................

$Q_2$ taucht also als …..................... in der Berechnung der Kraft auf.




Wir betrachten jetzt das Feld der Ladung $Q_2$, in dem sich die Ladung $Q_1$ befindet. Die Feldstärke im Abstand r vom Mittelpunkt der Ladung $Q_2$ nennen wir $E_2$. Nach der Definition der Feldstärke können wir die Kraft $F_1$ auf die Ladung $Q_1$ dann berechnen als:

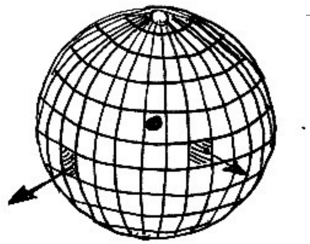
$F_1$ = …..................

$Q_1$ taucht also als …..................... in der Berechnung der Kraft auf.

**Da die beiden Kräfte $F_1$ und $F_2$ aber identisch sind, müssen …...................... Faktoren $Q_1$ und $Q_2$ in der Berechnung der Kraft $F = F_1 = F_2$ eingehen.**

***Entscheide zunächst: Nimmt die Kraft mit Zunahme des Abstandes der Ladungen zu oder ab? Was bedeutet das für das Auftreten der Größe r (Abstand) in der Formel, die wir suchen?***
*Ein Maß für diese Feldstärke ist die Anzahl der Feldlinien, die eine Testfläche (z.B. 1 m²) durchstoßen.*

**Einfluss des Abstandes auf die Kraft**



Da bei einer Punktladung alle Feldlinien radial nach außen laufen, treffen alle Feldlinien auf jede Kugelschale, die wir uns um eine Ladung herum aufgespannt denken. Eine Schale mit doppeltem Radius hat aber die ….................. Fläche, das bedeutet, die Anzahl der Feldlinien pro m² ist …....................... so groß. →

***Dabei ist $\varepsilon_0$ die vom Plattenkondensator bekannte elektrische Feldkonstante.***

**Zusammenfassung zum Coulombgesetz**

Die Kraft zwischen zwei punktförmigen Ladungen Q1 und Q2 im Abstand r lässt sich berechnen als:

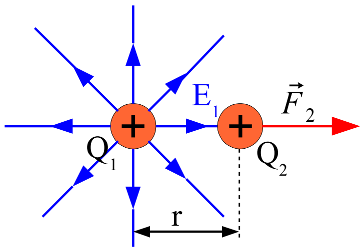
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

*Die Form des Feldes einer Punktladung kennen wir schon lange. Mit dem Coulombgesetz ist es uns jetzt auch möglich, die Feldstärke an jedem Punkt des Feldes explizit zu berechnen.*

***Notiere das Coulombgesetz. Schreibe darunter, wie man bei gegebener Feldstärke $E_1$ die Kraft auf eine Ladung $Q_2$ berechnen kann. Leite daraus eine Formel zur Berechnung der Feldstärke $E_1$ ab.*** *→ Lösung*

*Einheiten-Check:* $\dfrac{1}{\frac{As}{Vm}} \cdot \dfrac{As}{m^2} = \dfrac{Vm}{m^2} = \dfrac{V}{m}$

**<u>Feldstärke einer Punktladung</u>**




Die Feldstärke E einer Punktladung Q im Abstand r beträgt :

*Bei der ersten Betrachtung von Feldverläufen mussten wir auf Computerprogramme zurückgreifen. Jetzt können wir die entsprechenden Berechnungen selbst durchführen können.*

***Wir berechnen im Punkt P die Feldstärken $E_{P1}$ und $E_{P2}$, die von den Ladungen $Q_1$ bzw. $Q_2$ bewirkt werden. Hierzu messen wir die Abstände von P zu $Q_1$ bzw. $Q_2$ (jeweils Mitte) in der Zeichnung und verwenden dann die obige Formel. Diese Feldstärken stellen wir jeweils mit Hilfe eines Vektorpfeils im Punkt P dar (dabei achten wir auf korrekte Richtung und maßstäbliche Länge).***

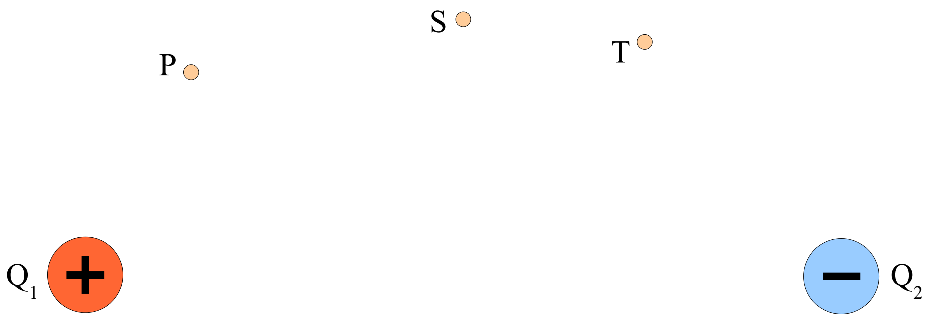
***Die Gesamtfeldstärke $E_P$ in einem Punkt P ergibt sich durch Vektoraddition aller Feldstärkevektoren, die sich durch die felderzeugenden Ladungen ergeben.***

*→ Musterlösung*

***Ermittle auf die gleiche Weise die Feldvektoren an den Punkten S und T (Platz zum Rechnen gibt's auf der folgenden Seite).*** *→ Lösung*

**<u>Überlagerung von Feldern</u>**

$Q_1$ = 3 pAs, $Q_2$ = - 5 pAs



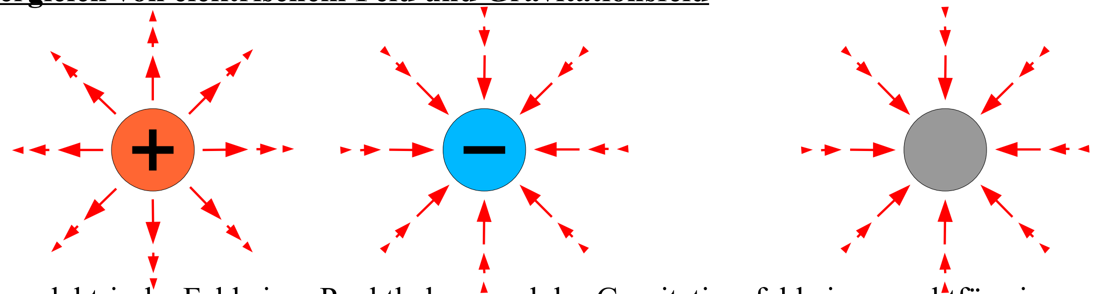

<u>Messen der Abstände:</u> $r_{P1}$ = cm, $r_{P2}$ = cm

<u>Berechnung der Feldstärken:</u>

$$E_{P1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{(r_{P1})^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-12} As}{(0{,}03\,m)^2} = 30 \frac{V}{m}$$

$$E_{P2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_2}{(r_{P2})^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-12} As}{(0{,}09\,m)^2} = 5{,}5 \frac{V}{m}$$

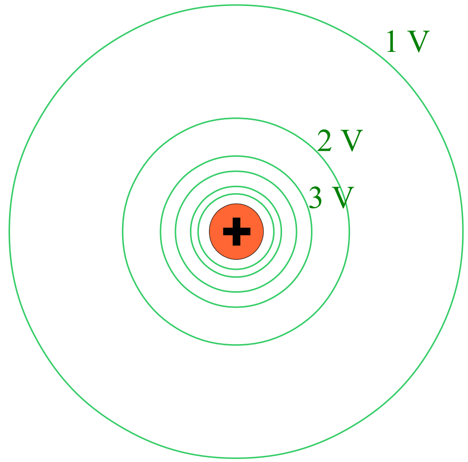
| | |
|---|---|
| | |
| ***Eine gänzlich andere, wesentlich einfachere Form der Feldüberlagerung findet sich in Aufgabe S.46/25. Hier überlagern sich zwei homogene Felder, die Feldstärke für jedes Feld ist also über den ganzen Raum hinweg konstant. Nach den komplizierten Berechnungen vorher ist das ein Klacks. Probier's.*** → *Lösung* | |
| ***Selbst-Check:***<br>• ***Feldstärke einer Punktladung***<br>• ***Überlagerung zweier Felder*** | Aufgaben zur Feldüberlagerung gibt's bei Leifiphysik unter **Teilgebiet Elektrizitätslehre – Ladungen und elektrisches Feld – Potential Aufgaben** sowie **… - Überlagerung elektrischer Felder Aufgaben.** |

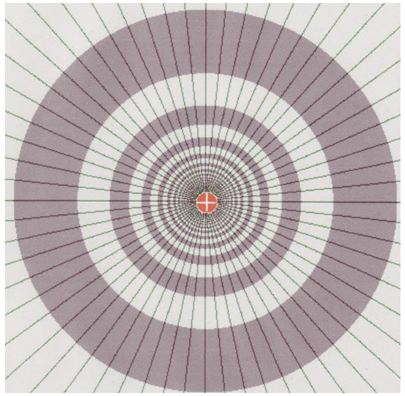
| | |
|---|---|
| *Bei der Einführung des Potentialbegriffes haben wir bereits einen direkten Vergleich durchgeführt zwischen dem homogenen Feld in einem Plattenkondensator und dem lokal betrachtet homogenen Gravitationsfeld (G überall gleich groß, alle Feldlinien parallel). Wenn wir uns allerdings etwas von einem Planeten oder Stern entfernen, ist sein Gravitationsfeld ganz und gar nicht mehr homogen, sondern radialsymmetrisch, wie bei einer Punktladung.*<br><br>***Weshalb steckt die Option zu zwei möglichen Feld-richtungen zwar in der Formel für die elektrische Feldstärke, nicht aber in der Formel für die Gravitationsfeldstärke?***<br><br>***Vergleiche unter den Formeln entsprechende Größen in den Formeln für das elektrische Feld bzw. Gravitationsfeld.*** | **<u>Vergleich von elektrischem Feld und Gravitationsfeld</u>**<br><br>Das elektrische Feld einer Punktladung und das Gravitationsfeld einer punktförmigen Masse sind in ihrer Form identisch, das zeigt sich auch in der quantitativen Darstellung. Allerdings verläuft die Feldstärke beim Gravitationsfeld immer zur Masse hin, während die Feldrichtung beim elektrischen Feld vom Vorzeichen der Masse abhängt.<br><br>**Kraft:** $F_{el}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$ $F_g=G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{r^2}$<br><br>**Feldstärke:** $E_{el}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}$ $E_g=G\cdot\frac{m}{r^2}$<br><br>↔<br>↔ |
| *Das Potential ist ein Maß für die Energie, die eine Probeladung besitzt, wenn sie sich innerhalb des Feldes befindet (das war beim homogenen Feld sehr anschaulich mit der Höhenenergie vergleichbar). Für das radialsymmetrische Feld hat das Potential dieselbe Bedeutung, allerdings ist der Potentialverlauf schwerer zu fassen, zumal uns mathematischen Fähigkeiten fehlen.* | **<u>Potential des radialsymmetrischen Feldes einer Punktladung</u>**<br><br>$E_{el}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2} \xrightarrow{\text{(Mathematik)}} \varphi_{el}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r}$<br><br>Dabei ist der Nullpunkt des Potentials im Unendlichen gewählt (im homogenen Fall war's ja die negative Platte). Zweck dieser Wahl ist eine relativ einfache mathematische Form. |
| ***Worin stimmen Punkte innerhalb des Feldes überein, die das gleiche Potential besitzen?*** → ..............................<br>***Ergänze die nebenstehende Aussage.*** | **Alle Punkte mit gleichem Potential liegen auf**<br><br>**…........................................ (2-dim. Fall) bzw. …......................................... (3-dim. Fall) um die feldgebende Ladung (→ Äquipotentiallinien bzw. Äquipotentialflächen) .** |

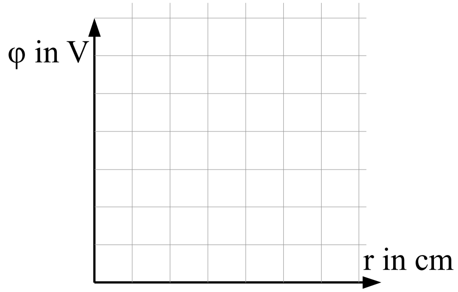
***In der nebenstehenden Graphik sind die Äquipotentiallinien um eine Punktladung in 1V-Schritten dargestellt. Ermittle daraus den Graph der r-φ-Funktion in dem Koordinatensystem unter der Graphik (sie entspricht der Formel auf der vorherigen Seite).***
*Die angegebene Potentialfunktion zeigt (bis auf multiplikative Konstanten) einen einfachen* $\frac{1}{r}$ *-Verlauf (Hyperbel).*
*In einer 3D-Darstellung kann man dann den Potentialwert jeder Äquipotentiallinie durch ihre Höhe über der Zeichenebene wiedergeben. Dadurch entstehen sehr instruktive Bilder, die sich leicht interpretieren lassen, da sich positiv geladene Teilchen in diesen „Gebirgen" genauso verhalten wie Kugeln in einem realen Gebirge.*
*Die Uni München (Didaktik Physik) bietet eine Simulation im Bereich „Multimedia" an.*

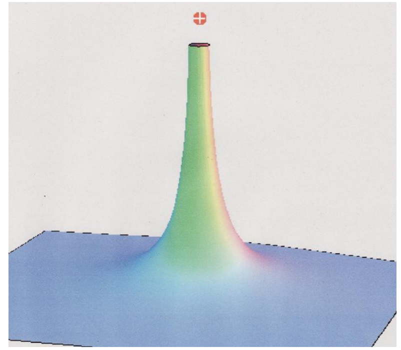
***Auch in diesem Beispiel sehen wir die Regel bestätigt, dass <u>Feldlinien und Äquipotentiallinien sich immer senkrecht schneiden</u> (siehe Plattenkondensator und <u>Praktikum Äquipotentiallinen</u>).***

**<u>Graphische Darstellung des Potentialverlaufes</u>**



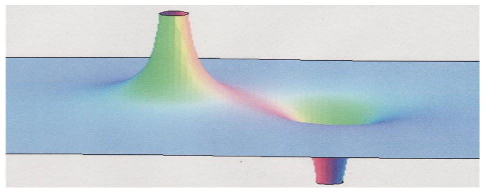





Graphiken erstellt mit dem ähnlichen Simulationsprogramm von Peter Kraus (Gymnasium Moosburg)

***Skizziere das Feldlinienbild für nebenstehende Kombination einer positiven und einer gleich großen negativen Ladung (hatten wir schon öfter). Zeichne gemäß obiger Regel einige Äquipotentiallinien in das Bild.***



***Selbst-Check:***

- ***Vergleich Gravitationsfeld – elektrisches Feld***
- ***Potentialfunktion für eine Punktladung***
- ***Darstellung des Potentialverlaufes***

Hier passt in Teilen das Quiz auf Leifiphysik unter **Teilgebiet Elektrizitätslehre – Ladungen und elektrisches Feld – Potential Aufgaben.**