

a)

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Die obige Beziehung ergibt sich durch das Gleichsetzen von Zentripetalkraft und Lorentzkraft. Wenn die Geschwindigkeit vergrößert wird, so muss man die magnetische Flussdichte erhöhen, wenn man den Radius konstant halten will.

b) Bei der vorgegebenen Spannung darf man noch nichtrelativistisch rechnen:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = e \cdot U_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 1,0 \cdot 10^5}{1,67 \cdot 10^{-27}}} \sqrt{\frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 4,4 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Diese Geschwindigkeit liegt noch deutlich unter 1/10 der Lichtgeschwindigkeit, also war die nichtrelativistische Berechnung gerechtfertigt.

c) Für die Gesamtenergie gilt:

$$E = m \cdot c^2 \Rightarrow E = \frac{m_{0,p} \cdot c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$E = \frac{E_{0,p}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{c}\right)^2}} \Rightarrow E = \frac{0,938}{\sqrt{1 - \left(\frac{2,62}{3,0}\right)^2}} \text{GeV} = 1,93 \text{ GeV}$$

Berechnung der geschwindigkeitsabhängigen Masse:

$$m = \frac{m_{0,p}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{c}\right)^2}} \Rightarrow m = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2,62}{3,0}\right)^2}} \text{kg} = 3,43 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

Prozentuale Zunahme:

$$\frac{\Delta m}{m_{0,p}} = \frac{3,43 - 1,67}{1,67} \cdot 100\% = 105\%$$

d) Berechnung des Magnetfeldes aus der Gleichheit von Zentripetalkraft und Lorentzkraft:

$$\frac{m \cdot v_2^2}{r} = q \cdot v_2 \cdot B \Rightarrow B = \frac{m \cdot v_2}{q \cdot r}$$

$$B = \frac{3,43 \cdot 10^{-27} \cdot 2,62 \cdot 10^8}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 100} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s} \cdot \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}$$

$$B = 5,61 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{A} \cdot \text{m}^2} = 5,61 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{A} \cdot \text{m}^2}$$

$$B = 5,61 \cdot 10^{-2} \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}^2} = 5,61 \cdot 10^{-2} \text{T}$$

Beachten Sie stets die Einheitenprobe!