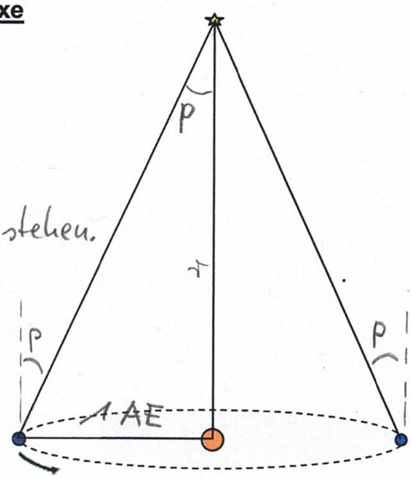
Im Gegensatz zu Planeten bleiben die Position bei Sternen - bezogen auf das Gefüge der Sternbilder - immer gleich. Im ersten Kapitel haben wir uns darauf beschränkt, zur Kartographierung des Sternhimmels nur die Winkelpositionen von Sternen zu ermitteln. Im Weiteren geht vor allem darum, auch deren Abstände von unserem Sonnensystem zu bestimmen. Für relativ nahe Sterne ist die jährliche Parallaxe ein sehr genaues Verfahren hierzu. ***Ermittle einen Term zur Berechung der Parallaxe p.***

4. Fixsterne

4.1 Jährliche trigonometrische Parallaxe

Prinzip:

Da die Erde im Jahresverlauf einmal die Sonne umrundet erscheint vor allem ein nahe gelegener Fixsterne über diesen Zeitraum an unterschiedlichen Stellen zu stehen. Diesen Effekt sowie den halben scheinbaren Winkelunterschied p nennt man Parallaxe (siehe Zeichnung). (Du kannst diesen Effekt erleben, wenn Du den erhobenen Zeigefinger vor der Landschaft betrachtest und dabei mal das linke, mal das rechte Auge zukneifst.)



$$\boxed{\tan p = 1\,\frac{AE}{r}} \qquad \boxed{r = \frac{1\,AE}{\tan p}}$$

Der nächstgelegene Fixstern Alphacentauri hat eine Parallaxe von 0,76". Berechne seine Entfernung zur Erde.

$$r = \frac{1\,AE}{\tan 0{,}76''} = \frac{1{,}5\cdot 10^{8}\,km}{\tan\left(\frac{0{,}76}{3600}\right)^{\circ}} = \underline{\underline{4{,}07\cdot 10^{13}\,km}}$$

$$\underset{:\,9{,}46\cdot 10^{12}}{=} \underline{\underline{4{,}3\,Lj}} \ \text{(Lichtjahre)}$$

Achte beim Rechnen mit dem Taschenrechner strikt darauf, ob Du Winkelwerte im Grad- oder im Bogenmaß verwendest. ***Die nebenstehende Formel gilt nur bei Winkelwert im Bogenmaß.*** *Um bei diesem Verfahren leichter zwischen Parallaxe und Entfernung hin und her zu rechnen, hat man eine neue Entfernungseinheit eingeführt.*

Vereinfachung für kleine Winkel

Für kleine Winkel entspricht der Tangens genau dem Winkelwert selbst (im **Bogenmaß** angegeben), also tan(p) = p. Damit vereinfacht sich die Gleichung zu

$$r = \frac{1\,AE}{p}$$

Die Entfernungseinheit "Parsec"

Für einen fiktiven Stern, bei dem die jährliche Parallaxe p genau 1" beträgt,

ist der Abstand zu unserem Sonnensystem genau 1 pc (Parsec).

Beachte:

Parallaxe und Entfernung sind indirekt proportional,

also: 1" entspricht 1 pc
0,1" entspricht 10 pc
0,01" entspricht 100 pc

Die obige Formel mutiert bei Verwendung der Einheit Parsec zu:

$$\boxed{r = \frac{1''}{p}\ (pc)}$$

Wiederhole die Berechnung für Alphacentauri. Nutze hierbei die Umrechnungen zwischen den Abstandseinheiten aus der Formelsammmlung.

$$r = \frac{1''}{0{,}76''}\,pc = 1{,}316\,pc \underset{\cdot\,3{,}26}{=} \underline{\underline{4{,}3\,Lj}}$$

Die Fixsterne sind keinesfalls so ortsfest, wie das der Name suggeriert, sondern bewegen sich mit z.T. sehr hohen Geschwindigkeiten im Universum. Während das bei sehr weit entfernten Sternen kaum wahrnehmbar ist, zeichnet sich diese Bewegung bei nahen Sternen vor dem "Fixstern-hintergrund" deutlich ab.

Die Eigenbewegung von Alphacentauri macht μ = 3,68"/a aus. Berechne daraus seine Tangential-geschwindigkeit in km/s.

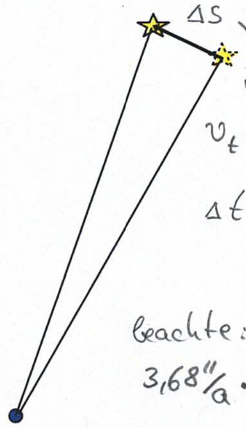
Abstand r aus Kap. 4.1

Verwende bei der Eingabe des Winkelwertes dreimal die Taste

Beachte:

Man findet auch die Formel $v_t = r \cdot \mu$. Hierbei muss der in μ angegebene Winkelwert ins Bogenmaß umgewandelt werden.

4.2 Die Tangentialgeschwindigkeit eines Sterns v_t



$v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$\Delta t = 1a$

beachte:

$3{,}68''/a \cdot 1a = 3{,}68''$

Die Eigenbewegung eines Sterns quer zur Beobachtungsrichtung zeigt sich in einer

Winkeländerung $\Delta\varphi$

von der Erde aus betrachtet. Sie wird in Winkelsekunden pro Jahr angegeben und kann deutlich größere Werte ausmachen als die jährliche Parallaxe aufgrund der Erdbewegung.

Winkelgeschwindigkeit μ

$\mu = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \rightarrow \Delta\varphi = \mu \cdot \Delta t$

Dreieck:

$\tan\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r} \rightarrow \Delta s = r \cdot \tan\Delta\varphi$

zusammen:

$$v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \tan(\mu \cdot \Delta t)}{\Delta t} = \frac{4{,}07 \cdot 10^{13}\,\text{km} \cdot \tan 3{,}68''}{365 \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}}$$

$$= \underline{\underline{23\ \text{km/s}}}$$

Der Astronom Barnard entdeckte den Stern mit der größten scheinbaren Eigengeschwindigkeit μ = 10,3"/a. Dagegen beträgt die jährliche Parallaxe aufgrund der Erdbewegung nur p = 0,55".
a) Berechne seine Entfernung in Lj.
b) Berechne seine Tangential-geschwindigkeit in km/s.

<u>Übungsaufgabe: Barnards Pfeilstern</u>

a) $r = \frac{1''}{0{,}55''}\,\text{pc} = 1{,}82\,\text{pc} \overset{\cdot 3{,}26}{=} \underline{\underline{5{,}93\,\text{Lj}}}$

b) $v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \tan(\Delta\varphi)}{\Delta t} = \frac{r \cdot \tan(\mu \cdot \Delta t)}{\Delta t}$

$$= \frac{5{,}93 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12}\,\text{km} \cdot \tan(10{,}3'')}{365 \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}}$$

$$= \underline{\underline{88{,}8\ \text{km/s}}}$$

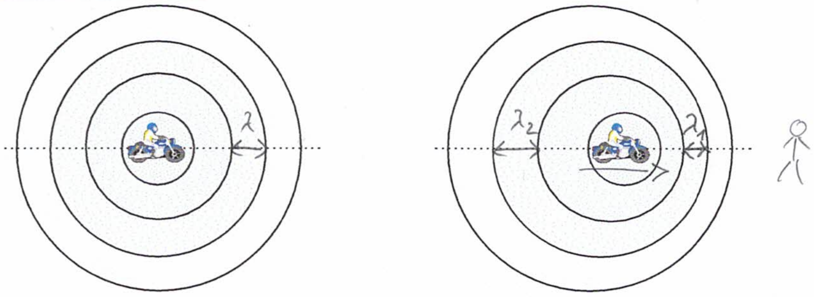
Selbst-Check:
- **jährliche Parallaxe**
- **Parsec**
- **Entfernungsberechnung**
- **Tangentialbewegung von Sternen**

<u>Aufgabe:</u>

Aus der Abituraufgabe "Elektra" aus 2009 passen die Aufgaben a) und b) zum Kapitel 4.1 (Achtung: Fehler in der Lösung bei a))

4.3 Radiale Bewegung und Dopplereffekt

Prinzip Dopplereffekt:



Wir kennen es alle aus dem Straßenverkehr: ein lautes Fahrzeug (z.B. Motorrad, Einsatzfahrzeug mit Sirene, etc.) hört sich heller an, wenn es auf uns zukommt, und dunkler, wenn es sich von uns entfernt. Auf Leifiphysik gibt's ein Hörbeispiel und eine Animation. Du findest sie unter Leifiphysik – Teilgebiet Akustik – Akustische Wellen – Dopplereffekt – Grundwissen.

Anmerkung zur Zeichnung: Die gezeichneten Kreise stellen Wellenfronten eines gleichen Schwingungszustandes (z.B. "Berg") dar.

Die Frequenz einer Schallquelle ist höher, wenn sie sich nähert

und niedriger, wenn sie sich entfernt.

Grund:
Die Schallwellen breiten sich in alle Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit aus, starten bei einem fahrenden Sender aber ständig von

einer anderen Stelle aus.

$c = \lambda \cdot f$!

Vor dem Fahrzeug werden die Wellen zusammengeschoben, λ_1

die Wellenlänge wird dort kleiner.

Hinter dem Fahrzeug werden die Wellen gedehnt, λ_2

die Wellenlänge wird dort größer.
Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit c (Schallgeschw.) konstant ist, ergibt sich dadurch die beschriebene Frequenzveränderung. $c = \lambda \cdot f$

Mit den einschlägigen Formeln aus der 10. Klasse zur Wellenausbreitung kann man die gezeichnete Änderung der Wellenlänge aufgrund der Bewegung des Senders leicht quantitativ erfassen. Der Übergang zur vergleichbaren Formel für die Frequenzänderung ist dagegen etwas kniffliger. Für Interessierte ist der Weg von der ersten zur zweiten Formel unten dargestellt. (beide Formeln finden sich in der Formelsammlung, in der Regel kommt die erste zur Anwendung)

Berechnung der Frequenzänderung

Die Wellenlänge verändert sich genau um die Länge, die sich der Sender in einer Periode T vorwärts bewegt, also

$$\Delta\lambda = v \cdot T$$

relative Wellenlängenänderung:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v \cdot T}{\frac{c}{f}} = \frac{v \cdot T}{c \cdot T} = \frac{v}{c} \qquad \boxed{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}}$$

mit $\frac{1}{f} = T$

relative Frequenzänderung:

durch Umformung (s.u.) $\rightarrow$ $\boxed{\frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{c}}$

bei Annäherung wird λ kleiner:

$$\lambda_{neu} = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - \frac{v}{c} \cdot \lambda = \lambda \cdot \frac{c-v}{c}$$

$$f_{neu} = \frac{c}{\lambda_{neu}} = \frac{c}{\lambda \cdot \frac{c-v}{c}} = f \cdot \frac{c}{c-v}$$

$$\Delta f = f_{neu} - f = f \cdot \frac{c}{c-v} - f = f \cdot \frac{c-(c-v)}{c-v}$$

$$= f \cdot \frac{v}{c-v}$$

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{c-v} \approx \frac{v}{c} \quad \text{für } v \ll c \text{ (Näherung)}$$

Der Dopplereffekt tritt bei bei allen Wellentypen auf, wenn sich der Sender (oder der Empfänger) bewegt. Da Licht eine elektromagnetische Welle ist, tritt der Effekt auch auf, wenn sich Sterne in radialer Richtung (auf uns zu oder von uns weg) bewegen. Das Problem bei der praktischen Umsetzung liegt daran, dass wir zwar die Wellenlänge messen können, die bei uns ankommt aber zunächst nicht wissen, wie groß eigentlich die ursprüngliche Wellenlänge war. Hier helfen uns die typischen Linien im Spektrum.

Beachte: Je nach Sterntyp muss dabei das Linienmuster nicht vollständig identisch sein. Es reicht die typische Linienstruktur eines Elements, um den Vergleich zu ziehen.

<u>Anwendung auf das Licht von Sternen</u>

Auch das Licht (elektromagnetische Welle) von Sternen unterliegt dem Dopplereffekt, auch die Formeln gelten dabei in gleicher Weise:

Stern bewegt sich auf uns zu	Stern bewegt sich von uns weg
↓	↓
Wellenlänge wird kleiner (Blauverschiebung)	Wellenlänge wird größer (Rotverschiebung)

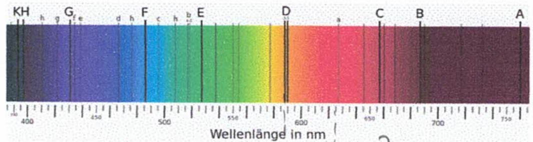
<u>Konkrete Umsetzung</u>

Zunächst ermittelt man das ......Linienspektrum...... des Sterns

Hier findet man eine ......charakteristische Linie...... für ein bestimmtes Element, deren Wellenlänge ist allerdings im Vergleich zu unserer Sonne oder zu

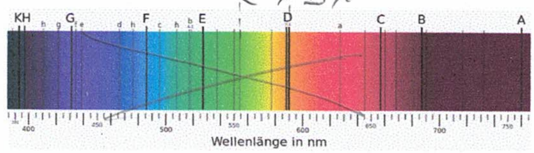
Labormessungen ......verschoben...... . Nun lässt sich mit der Formel die Radialgeschwindigkeit des Sterns berechnen.

Labormessung



$\Delta\lambda$

Spektrum des beobachteten Sterns



Bei einem Stern wird eine Parallaxe von p = 0,02" und eine scheinbare Eigengeschwindigkeit von μ = 0,09"/a gemessen. Eine Linie des Wasserstoffs ist im Vergleich zur Laborwellenlänge von 656 nm um 6,6 · 10⁻² nm in den roten Bereich verschoben.
a) Berechne seine Radialgeschwindigkeit in km/s.
b) Berechne seine Entfernung in pc und Lj.
c) Berechne seine Tangentialgeschwindigkeit in km/s.
d) Ermittle die Gesamtgeschwindigkeit, mit der sich der Stern im Raum bewegt.

<u>Übungsaufgabe:</u>

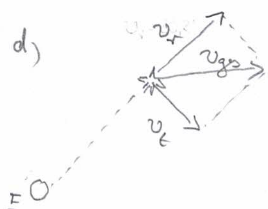
a) $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \rightarrow v_r = c\cdot\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3\cdot10^8\,\frac{m}{s}\cdot\frac{6{,}6\cdot10^{-2}\,nm}{656\,nm} = 30{,}2\,\frac{km}{s}$

b) $r = \frac{1''}{0{,}02''}\,pc = 50\,pc \underset{\cdot 3{,}26}{=} 163\,Lj$

c) $v_t = \frac{\Delta s}{t} = \frac{r\cdot\tan\varphi}{t} = \frac{r\cdot\tan(\mu\cdot t)}{t} = \frac{50\cdot3{,}09\cdot10^{13}\,km\cdot\tan 0{,}09''}{365\cdot24\cdot3600\,s}$

$= 21{,}3\,km/s$

d)



$v_{ges} = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = 37\,km/s$

Pythagoras

Selbst-Check:
- **Dopplereffekt Prinzip**
- **Dopplereffekt Formeln**
- **Anwendung auf Licht von Sternen**
- **Berechnung der Radialgeschwindigkeit**

<u>Übungsaufgabe:</u>

Aus der Abituraufgabe "Sonnenähnlicher Stern" aus 2007 passen die Aufgaben a) und c) und d). Suchbegriff auf Leifiphysik: "sonnenähnlicher stern".

Die Sterne am Nachthimmel unterscheiden sich sehr stark in ihrer Helligkeit und damit Erkennbarkeit (siehe Bild). Dass wird sowohl von ihrer Abstrahlungsleistung, als auch von ihrer Entfernung von der Erde beeinflusst. Moderne Messgröße hierfür ist die Bestrahlungsstärke E, sie entspricht der Solarkonstanten S auf Sterne bezogen.

In der Antike hat man die unterschiedliche Helligkeit einfach in ein Raster von 6 verschiedenen Klassen eingeteilt. Durch die moderne Messdefinition wird dieses Raster heute gesprengt, insbesondere zu leuchtschwachen Sternen hin. Aber auch die sehr hellen Objekte wie Planeten, Mond und Sonne lassen sich jetzt in diese Skala einordnen. (die drei Gürtelsterne von Orion im Bild etwa m = 1)

Merke:

Je kleiner m, desto heller das Objekt.

4.4 Größenklassen von Sternen

Sternhelligkeit und Größenklasse:

Die Leistung P, mit der ein Stern Energie ins All abstrahlt, wird auch als Leuchtkraft L bezeichnet. Die Intensität, mit der diese bei der Erde ankommt, heißt Bestrahlungsstärke E (das ist analog zur Solarkonstanten S für die Sonne, Angabe in W/m²):

Sonne: $S = \frac{L_\odot}{4\pi r^2}$

Allgemein: $E = \frac{L}{4\pi r^2}$

(Leistung verteilt sich auf virtuelle Kugeloberfläche um den Stern)

Größenklassen der Sterne:

Bereits in der Antike ordnete man nach Augenschein die sichtbaren Sterne in 6 verschiedene Helligkeits- oder Größenklassen, angefangen von

m = 1 für die hellsten, bis m = 6 für die gerade noch sichtbaren

(**m** heißt auch **scheinbare Helligkeit** des Sterns).

Sichtbarkeit:		Bspe.:	
in dunkler Nacht sichtbar:	+6 bis +7	Polarstern:	+2,1
bei Vollmond sichtbar:	+4	Sirius:	−1,4
mit Fernglas sichtbar:	+10 bis +11	Venus:	−4,5
mit Schulteleskop sichtbar:	+14	Vollmond:	−12,6
mit Hubble-Teleskop sichtbar:	+29	Sonne:	−26,8

Die grobe Einteilung der Größenklassen wird nun mit der modernen Messung der Bestrahlungsstärken zusammengeführt. Dadurch ergibt sich auch eine feinere und weiter gefasste Skala an scheinbaren Helligkeiten m.

Zusammenhang zwischen Bestrahlungsstärke und Größenklasse

Aus modernen Messungen der Bestrahlungsstärke:
Die Bestrahlungsstärke von Sternen der Größenklasse m = 6 beträgt etwa

$\frac{1}{100}$ im Vergleich zu den Sternen von Größenklasse m = 1.

Der Trick liegt hier daran, die gesamte Bandbreite an Helligkeiten zwischen m = 1 und m = 6 so in 5 Abstände zu unterteilen, dass die Bereiche gleich groß wahrgenommen werden. Bei den Bestrahlungsstärken erfolgt diese Einteilung nicht additiv, sondern multiplikativ, daher die Wurzel. Das stellt sicher, dass das Verhältnis der Bestrahlungsstärken von benachbarten Klassen jeweils gleich groß ist.

Maximaler Unterschied bei sichtbaren Sternen: m1 = 1, m2 = 6

$m_2 - m_1 = 5 \; ; \quad \frac{E_1}{E_2} = 100$

Unterschied zwischen benachbarten Klassen: z.B. m1 = 3, m2 = 4

$m_2 - m_1 = 1 \qquad \frac{E_1}{E_2} = \sqrt[5]{100} = 2{,}512$

Unterschied über mehrere Klassen: z.B. m1 = 2, m2 = 5

$m_2 - m_1 = 3 \qquad \frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^3 = 15{,}85$

Verallgemeinerung:

$$\boxed{\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^{(m_2 - m_1)}}$$

für $m_1 = 1$ und $m_2 = 6$ wird dann

$\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^5 = 100$

Die Bestrahlungsstärken zweier Sterne verhalten sich wie ...

2,512 hoch Differenz der Größenklassen

In der Formelsammlung findest Du für den eben definierten Zusammenhang eine andere Formeldarstellung. Diese leiten wir hier her.

Andere Darstellungsform des Zusammenhangs

$$\frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^{(m_2-m_1)} \quad | \lg \quad \text{(Zehnerlogarithmus!)}$$

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = (m_2-m_1) \cdot \lg 2{,}512$$

$$\text{NR: } 2{,}512 = \sqrt[5]{100} = (10^2)^{\frac{1}{5}} = 10^{\frac{2}{5}}$$

$$\lg 2{,}512 = \lg 10^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5} \lg 10 = \frac{2}{5}$$

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = (m_2-m_1) \cdot \frac{2}{5} \quad \Big| \cdot \frac{5}{2} \quad | \cdot (-1)$$

$$-\frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2} = m_1 - m_2$$

$$\boxed{m_1 - m_2 = -2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2}}$$

a) Um wieviel mal ist die Sonne heller als der Mond (berechne das Verhältnis der Bestrahlungsstärken)?

b) Die Bestrahlungsstärke E des Gürtelsterns Rigel im Orion ist etwa 6-mal so groß wie die des Polarsterns. Berechne seine scheinbare Helligkeit (Größenklasse).

Übungsaufgaben:

a)
$$-26{,}8 - (-12{,}6) = -2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2}$$

$$-14{,}2 = -2{,}5 \lg \frac{E_1}{E_2} \quad | : (-2{,}5)$$

$$5{,}68 = \lg \frac{E_1}{E_2} \quad | \; 10^{\dots}$$

$$478630 = \frac{E_1}{E_2} \quad \rightarrow \quad E_1 = \underline{\underline{478.630 \cdot E_2}}$$

b)
$$m_R - m_P = -2{,}5 \lg \frac{E_R}{E_P}$$

$$m_R = m_P - 2{,}5 \lg \frac{E_R}{E_P}$$

$$m_R = 2{,}1 - 2{,}5 \lg 6 = \underline{\underline{0{,}15}}$$

Selbst-Check:
- **Größenklassen, scheinbare Helligkeit**
- **Bestrahlungsstärke**
- **Formelzusammenhänge zwischen Größenklassen und Bestrahlungsstärke**

Aufgaben:

Hier bieten sich die Buchaufgaben S.117/2 und 3 an.

4.5 Absolute Helligkeit und Entfernungsmodul

Alle Methoden zur Entfernungsbestimmung im Weltall, die wir im Weiteren kennenlernen, zielen darauf ab, die tatsächliche Leuchtkraft von Sternen zu ermitteln.

Grundprinzip:

Die Bestrahlungsstärke auf der Erde, die durch einen Stern entsteht, hängt von seiner ....Leuchtkraft L.... und seiner ....Entfernung r.... ab.
Um das für die Entfernungsbestimmung zu nutzen, müssten wir also wissen, mit welcher ....Leistung.... der Stern abstrahlt. Wir könnten dann leicht seine Entfernung berechnen mit Hilfe des Zusammenhangs:

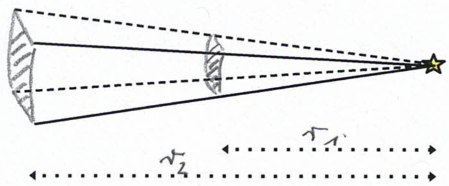
$$E = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Betrachtung eines Sterns aus zwei unterschiedlichen Positionen:

Beachte, dass wir hier fiktiv einen Stern von verschiedenen Positionen aus betrachten. Dadurch ergeben sich unterschiedliche Bestrahlungsstärken E und scheinbare Helligkeiten m.

Aus der Formel ist ersichtlich, dass für **einen** Stern die Bestrahlungsstärke E
....mit dem Quadrat seiner Entfernung....
....abnimmt...., also:

$$E \sim \frac{1}{r^2}$$



betrachtet man einen Stern aus unterschiedlichen Entfernungen r_1 und r_2, dann ist:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = 2{,}512^{m_2 - m_1} \quad | \lg \qquad \text{(siehe Kap. 4.4)}$$

Das Logarithmieren der Gleichung dient natürlich wieder dazu, zu den scheinbaren Helligkeiten m zu gelangen.

$$\lg \frac{r_2^2}{r_1^2} = (m_2 - m_1) \cdot \lg 2{,}512$$

$$2 \lg \frac{r_2}{r_1} = (m_2 - m_1) \cdot \frac{2}{5} \quad \Big| \cdot \frac{5}{2}$$

$$5 \lg \frac{r_2}{r_1} = m_2 - m_1$$

Natürlich können wir mit unseren technischen Möglichkeiten den Stern auch gar nicht aus zwei (unterschiedlichen) Entfernungen betrachten. Um hier weiter zu kommen, verwenden wir einen Kunstgriff, die Einführung eines Normabstandes von genau 10 pc.

Absolute Helligkeit eines Sterns

Die scheinbare Helligkeit m, die für einen Stern wahrzunehmen ist, wenn wir ihn aus einer Entfernung von genau ....10 pc.... betrachten, heißt

absolute Helligkeit M.

Wählen wir in unserer vorherigen Betrachtung den Beobachterstandpunkt 1 in genau 10 pc Entfernung, so wird aus der Formel dort gerade:

$$\boxed{m - M = 5 \lg \frac{r}{10\,\text{pc}}}$$

ein Stern
absolute und scheinbare Helligkeit

Diese Formel werden wir noch häufig verwenden, um die Entfernungen von Sternen zu unserer Erde zu berechnen.

Die Frage, wie wir zur absoluten Helligkeit M gelangen, verschieben wir auf später und verwenden die Formel gleich mal zur Entfernungsbestimmung.
Rigel, der hellste Stern im Orion, hat eine absolute Helligkeit von -7,1 und eine scheinbare Helligkeit von 0,15 (siehe Kap. 4.4). Berechne seine Entfernung von der Erde.

Musteraufgabe:

$$0{,}15 - (-7{,}1) = 5 \lg \frac{r}{10\,\text{pc}}$$

$$1{,}45 = \frac{7{,}25}{5} = \lg \frac{r}{10\,\text{pc}} \quad | 10^{\cdots}$$

$$10^{1{,}45} = \frac{r}{10\,\text{pc}} \quad | \cdot 10\,\text{pc}$$

$$r = 28{,}2 \cdot 10\,\text{pc} = \underline{\underline{282\,\text{pc}}}$$

Vergleicht man zwei verschiedene Sterne hinsichtlich ihrer absoluten Helligkeiten, so liefert der Vergleich ähnlich wie bei den scheinbaren Helligkeiten einen Zusammenhang zur Strahlung. Im Gegensatz zu Kap. 4.4 tauchen hier aber nicht die (relativen) Bestrahlungsstärken sondern die (absoluten) Leuchtkräfte auf.

Vergleich der absoluten Helligkeiten von zwei verschiedenen Sternen

Stehen zwei Sterne im gleichen Abstand 10 pc von der Erde entfernt, so hängen die Bestrahlungsstärken E nicht mehr vom Abstand, sondern nur

noch von ...... Leuchtkraft L ...... ab.

Das zeigt auch folgende Rechnung:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{L_1}{4\pi r^2}}{\frac{L_2}{4\pi r^2}} = \frac{L_1}{L_2}$$

Mit der wesentlichen Formel aus 4.4 ergibt sich daraus:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{E_1}{E_2} = 2{,}512^{(M_2 - M_1)} \quad | \lg$$

$$\lg \frac{L_1}{L_2} = (M_2 - M_1) \cdot \lg 2{,}512 = (M_2 - M_1) \cdot \frac{2}{5} \quad | \cdot \frac{5}{2} | \cdot (-1)$$

$$-2{,}5 \lg \frac{L_1}{L_2} = M_1 - M_2$$

2 Sterne

absolute Helligkeiten!

$$\boxed{M_1 - M_2 = -2{,}5 \lg \frac{L_1}{L_2}}$$

a) Berechne die absolute Helligkeit unserer Sonne (aus Kap. 4.4: m = - 26,8).

b) Vergleiche die Leuchtkräfte (Abstrahlungsleistungen) von unserer Sonne und dem bereits behandelten Stern Rigel im Orion.

Anmerkung:

Wenn wir die Leuchtkraft eines Sterns als Vielfaches der Leuchtkraft unserer Sonne angeben, sprechen wir von relativer Leuchtkraft L* .

Übungsaufgaben:

a) $m - M = 5 \lg \frac{r}{10\,pc}$

$$M = m - 5 \lg \frac{r}{10\,pc} = -26{,}8 - 5 \lg \frac{1\,AE}{10 \cdot 2{,}06 \cdot 10^5\,AE}$$

$$= \underline{\underline{4{,}8}}$$

b) $M_R - M_\odot = -2{,}5 \lg \frac{L_R}{L_\odot}$

$$-7{,}1 - 4{,}8 = -2{,}5 \lg \frac{L_R}{L_\odot}$$

$$-11{,}9 = -2{,}5 \lg \frac{L_R}{L_\odot} \quad | : (-2{,}5)$$

$$4{,}76 = \lg \frac{L_R}{L_\odot} \quad | 10^{\cdots}$$

$$\frac{L_R}{L_\odot} = 10^{4{,}76} = 57.544$$

$$\rightarrow L_R = \underline{\underline{58 \cdot 10^3 \cdot L_\odot}}$$

Leuchtkraftklasse Ia „heller Überriese"

Selbst-Check:
- scheinbare Helligkeit und Abstand
- absolute Helligkeit
- Entfernungsmodul
- absolute Helligkeiten und Leuchtkräfte

Aufgaben:

Auf der Grundlagenseite zum Thema, auf Leifiphysik zu finden über Teilbereich Astronomie - Fixsterne - absolute Sternhelligkeit, befinden sich 3 Aufgaben, wovon wir die erste schon hier gelöst haben.

Bei der Anwendung der Formeln aus den letzten Kapiteln zur Bestimmung der Entfernung von Sternen ist immer noch die Frage offen, wie wir die absolute Helligkeit bzw. die tatsächliche Leuchtkraft der Sterne bestimmen können. Die Grundlage für das wohl wichtigste Verfahren hierzu schuf der Astronom Pickering mit seinem Team durch die Katalogisierung zahlreicher Sterne in Spektralklassen. Die Unterschiede hinsichtlich der Farbe von Sternen sind schon bei Beobachtung erkennbar, siehe Bild.

4.6 Das Hertzsprung-Russel-Diagramm

Spektralklassen:

Bei der Analyse der Spektren von Sternen zeigen sich große Unterschiede

bei Wellenlänge maximaler Intensität (-> Temperatur)

und den Absorptionslinien.

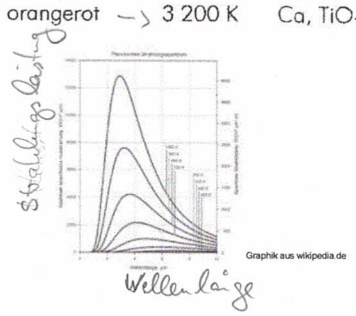
Anfang des letzten Jahrhunderts führte man dafür ein System unterschiedlicher Spektralklassen ein (O, B, A, F, G, K, M). Zur Verfeinerung konnten diese 7 Klassen nochmals unterteilt werden, z.B. B1, B2, ... B9.

O be a fine girl kiss me.

Tabelle der Spektralklassen:

Abkürzung	Unterteilung	Farbe	Oberflächen-temperatur	Linien von	Beispiele
O	O 5 - O 9	bläul.-weiß ->	bis 50 000 K	He, He^+, H (wenig Abs.)	Sterne im Orionnebel
B	B 1 - B 9	bläul.-weiß ->	20 000 K	H / He	ß Ori
A	A 1 - A 9	weiß ->	10 000 K	H stark	α CMa (Sirius)
F	F 1 - F 9	gelbl.-weiß ->	7 000 K	Metallionen u. -atome	α CMi (Procyon)
G	G 1 - G 9	gelb ->	5 500 K	Ca^+, Metallatome	Sonne, α Cen A, α Aur
K	K 1 - K 9	orangegelb ->	4 000 K	Ca^+, Metallatome, CN, CH	α Tau, α Cen B
M	M 1 - M 9	orangerot ->	3 200 K	Ca, TiO-Banden	α Ori, α Sco Proxima Cen

Aus der Farbe (Wellenlänge maximaler Intensität !) ergibt sich die Temperatur. Im Kern ist das also eine Temperatureinteilung. Moleküle können sich erst bei niedrigen Temperaturen bilden.



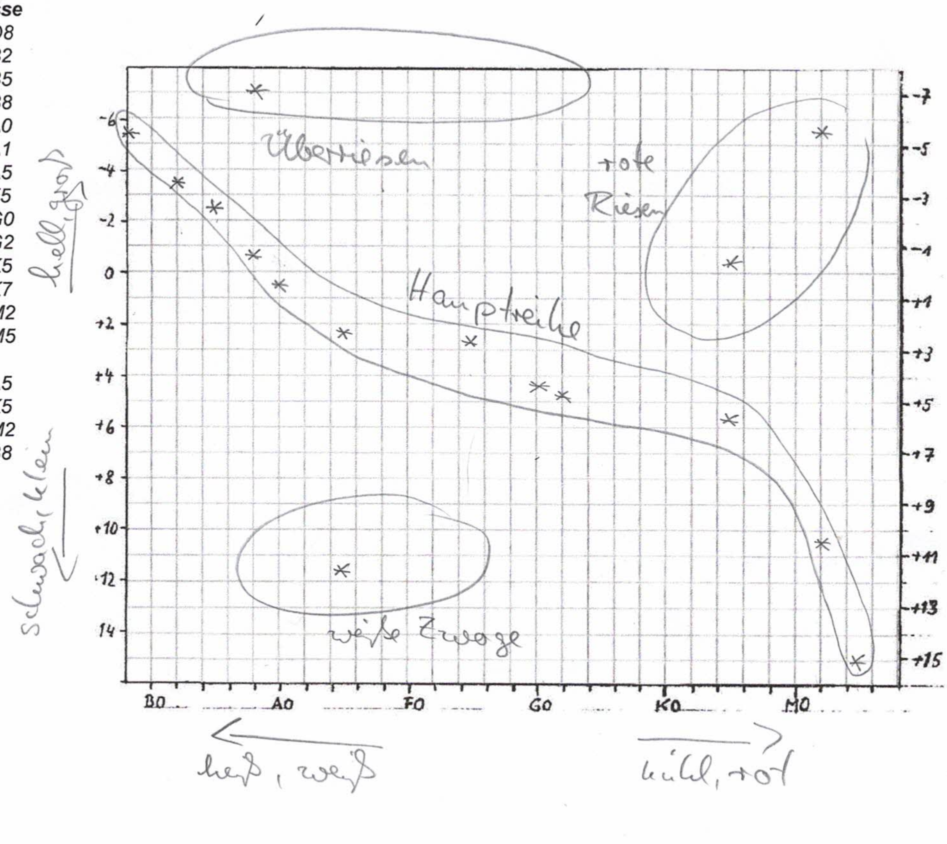
Graphik aus wikipedia.de

Wir folgen den Spuren von Henry Russel und tragen Sterne aus der Umgebung (für die kann man über die Parallaxe die Entfernung und daraus M ermitteln) die absolute Helligkeit gegen die Spektralklasse an.

Stern	**M**	**Sp-Klasse**
S Mon	- 5,5	O8
λ Sco	-3,6	B2
α Eri	-2,6	B5
α Leo	-0,7	B8
α Lyr	0,5	A0
α Cma	1,5	A1
α Aql	2,3	A5
α Cmi	2,7	F5
α Cen A	4,4	G0
Sonne	4,8	G2
α Cen B	5,7	K5
61 Cyg B	8,4	K7
+36°2146	10,5	M2
Prox.Cen	15,1	M5
Sirius B	11,5	A5
α Tau	-0,6	K5
α Ori	-5,7	M2
Rigel	-7,1	B8

Hertzsprung-Russel-Diagramm

Da eine höhere Oberflächentemperatur nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz zu einer größeren Strahlungsleistung führt, lag es nahe, nach einem empirischen (beobachtbaren) Zusammenhang zwischen Spektralklasse und absoluter Helligkeit zu suchen.



Jetzt können wir endlich an eine Entfernungsbestimmung von weiter entfernten Sternen gehen, die sich komplett auf Messdaten stützt.
Atair, der hellste im Sternbild Adler ist ein Hauptreihenstern der Spektralklasse A5. Seine scheinbare Helligkeit beträgt 0,80. Berechne seinen Abstand in parsec.
Zusatzaufgabe:
Bestimme für die relativen Leuchtkräfte L* zwischen den Werten 0,001 und 10^5 auf einer logarithmischen Skala die zugehörigen Werte der absoluten Helligkeiten und trage sie auf der rechten Hochachse ein.

$$M - M_\odot = -2{,}5 \lg \frac{L}{L_\odot}$$

$$M = M_\odot - 2{,}5 \cdot \lg L^*$$

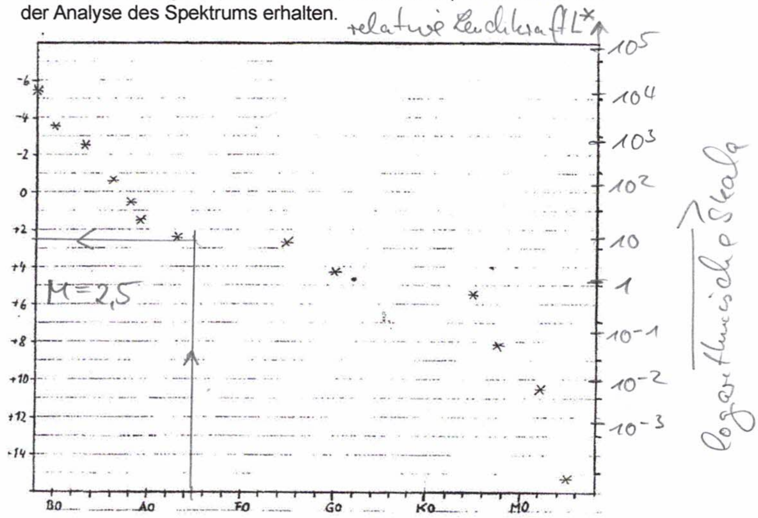
$$M = 4{,}8 - 2{,}5 \lg 0{,}001$$
$$= 4{,}8 - 2{,}5 \cdot (-3) = 12{,}3$$

L^*	M
0,001	12,3
0,01	9,8
0,1	7,3
1	4,8
10	2,3
10^2	−0,2
10^3	−2,7
10^4	−5,2
10^5	−7,7

·10 −2,5

Entfernungsbestimmung von Sternen mit Hilfe des HRD

1) Sofern der Stern auf der Hauptreihe liegt, ermöglicht uns das HRD, die absolute Helligkeit M zu ermitteln, da wir die Spektralklasse aus der Analyse des Spektrums erhalten.



2) Nachdem man M ermittelt hat, kann man das Entfernungsmodul aus 4.5 verwenden.

$$m - M = 5 \lg \frac{r}{10\,pc}$$

$$0{,}8 - 2{,}5 = 5 \lg \frac{r}{10\,pc}$$

$$-0{,}34 = \lg \frac{r}{10\,pc} \quad | \; 10^{\cdots}$$

$$0{,}46 = \frac{r}{10\,pc} \quad | \cdot 10\,pc$$

$$r = 4{,}6\,pc$$

Aus der relativen Leuchtkraft eines Sterns, die sich aus seiner absoluten Helligkeit ergibt, kann man auch eine Aussage über die Größe (Radius) des Sterns machen. Verantwortlich dafür ist das Stefan-Boltzmann-Gesetz (Kap. Sonne).

Achtung:

Diese Formel findet sich nicht in der Formelsammlung, taucht aber oft im Abitur auf. Die Herleitung dafür sollte man also kennen.

Aufgabe:
Berechne den Radius von Rigel (Daten siehe Kap. 4.5).

Bestimmung von Sternradien:

$$L^* = \frac{L}{L_\odot} = \frac{A \sigma T^4}{A_\odot \sigma T_\odot^4} = \frac{4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T^4}{4\pi R_\odot^2 \cdot \sigma \cdot T_\odot^4}$$

$$L^* = \frac{R^2 \cdot T^4}{R_\odot^2 \cdot T_\odot^4} = \frac{R^2}{R_\odot^2} \cdot \frac{T^4}{T_\odot^4}$$

$$\boxed{L^* = R^{*2} \cdot T^{*4}}$$ mit rel. Größen $R^* = \frac{R}{R_\odot}$, $T^* = \frac{T}{T_\odot}$

Aufgabe:

$$L^* = R^{*2} \cdot T^{*4}$$

$$R^* = \sqrt{\frac{L^*}{T^{*4}}} = \sqrt{\frac{58 \cdot 10^3}{\left(\frac{15.000\,K}{5.800\,K}\right)^4}} = 36$$

ungefähr aus Spektraltabelle

$$R_{Rigel} = 36 \cdot R_\odot$$

Selbst-Check:
- **Spektralklassen**
- **HRD (Bedeutung)**
- **Hauptreihe, Riesen, Zwerge**
- **Bestimmung von Sternradien**

Aufgaben:

Hier bieten sich die Aufgaben im Buch S.122/123 an, darunter gibt es auch zwei Musteraufgaben, die eine rasche Überprüfung ermöglichen.