Meßdaten abhängig vom Experiment

4. Bewegungen

4.1 Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

Intro: Messung von Zeit und Wegstrecke

In dem Experiment untersuchen wir die geradlinige Bewegung eines Wagens. Dein Lehrer kann das Experiment im Unterricht vorführen, Du kannst es im Schülerpraktikum vielleicht auch selbst durchführen. Die Zeitmessung kann mit Stoppuhren per Hand oder mit Lichtschranken erfolgen, eventuell auch mit Datenlogger. Auch ein passendes Experiment für die Smartphone-App "Phyphox" ist dokumentiert.

a) Ermittle die Messdaten für Fahrzeit und Fahrstrecke.
b) Zeichne ein t-s-Diagramm.
c) Berechne nun auch die Quotienten der Wertepaare und interpretiere das Ergebnis.
d) Die Berechnung der Quotienten lässt sich auch mit Dreiecken unter dem Diagramm darstellen. Welcher mathematische Begriff verbirgt sich dahinter?
e) Proportionalitäten werden oft in der Form y = mx dargestellt. Verwende hierfür die physikalischen Variablen.

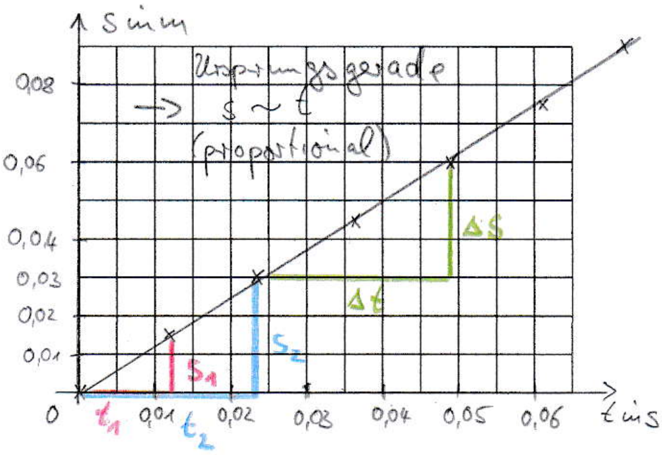
s in m	0	0,015	0,030	0,045	0,060	0,075	0,090		
t in s	0	0,012	0,023	0,036	0,049	0,061	0,074		
$v = \frac{s}{t}$ in $\frac{m}{s}$	–	1,25	1,30	1,25	1,22	1,22	1,22		

Zeit-Weg-Diagramm:

Begriff:

$v = \frac{s}{t}$

heißt Geschwindigkeit (velocity)



$v = \frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

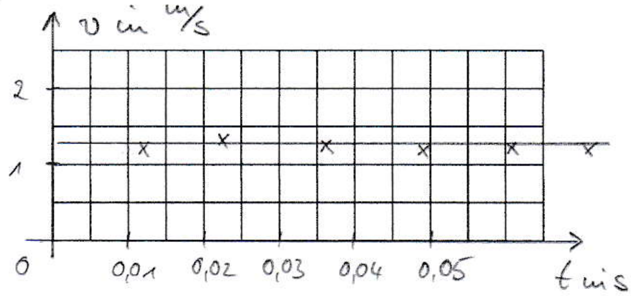
„Steigungsdreieck"

Zeit und Weg sind zueinander proportional, das Zeit-Weg-Diagramm stellt eine lineare Funktion dar, deren Steigung der **Geschwindigkeit** der Bewegung entspricht.

Der **Funktionsterm** für das t-s-Diagramm lautet: $s(t) = v \cdot t$

Übertrage die berechneten Werte für die Geschwindigkeit aus der Tabelle in ein t-v-Diagramm. Verwende für die Ausgleichskurve wieder ein Lineal.
Aus so einem t-v-Diagramm kann man den Wert der Geschwindigkeit direkt entnehmen sowie die Information, ob die Geschwindigkeit beim betrachteten Beispiel überhaupt konstant ist.

Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm:



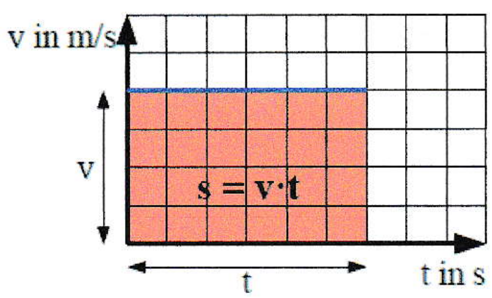
Der Index „0" in v_0 verwendet man gerne, wenn v konstant ist.

Das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm stellt eine konstante Funktion dar.

Der **Funktionsterm** für das t-v-Diagramm lautet: $v(t) = v_0$

Mit den t-v-Diagramm kann man aber auch den zurückgelegten Weg ermitteln, an dieser Stelle lernst Du hierfür ein graphisches Verfahren kennen (die Formel zum Berechnen der Wegstrecke kennst Du ja längst). Hier erscheint diese Betrachtung keinen Nutzen zu bringen, später werden wir das aber noch brauchen.

Technik: Weg aus t-v-Diagramm ermitteln

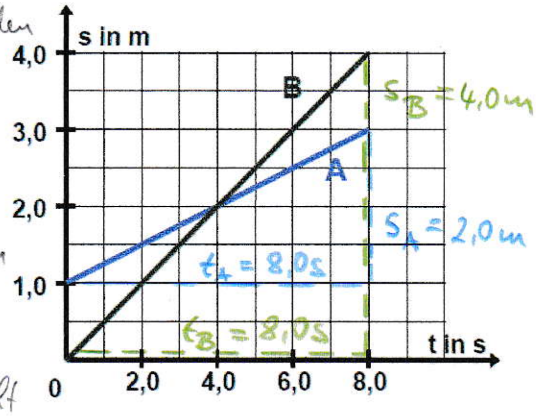


Zur Berechnung des Weges stellt man die Formel für die Geschwin-digkeit um und erhält **s = v · t**.
Im Diagramm entsprechen die Faktoren den Seitenkanten eines Rechtecks unter dem t-v-Diagramm. Deren Produkt (also der Betrag der Wegstrecke) entspricht dann der **Fläche unter dem Graphen**.

Im abgebildeten Zeit-Weg-Diagramm sind zwei Bewegungen dargestellt.
a) Vergleiche die beiden Messkurven, beschreibe Unterschiede und Gemeinsamkeiten und interpretiere diese!
b) Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt der beiden Geraden für das reale Geschehen?
c) Bestimme die Werte für die Geschwindigkeiten jeweils mit Hilfe eines Dreiecks!
d) Gib die Funktionsterme (Bewegungsgleichungen) für die beiden Bewegungen an. Bei A ergibt sich eine Erweiterung der bisher gelernten Formel.
e) Zeichne die Zeit-Geschwindigkeits-Diagramme in ein gemeinsames Koordinatensystem. Verwende die gleichen Farben!

Training: Geschwindigkeit

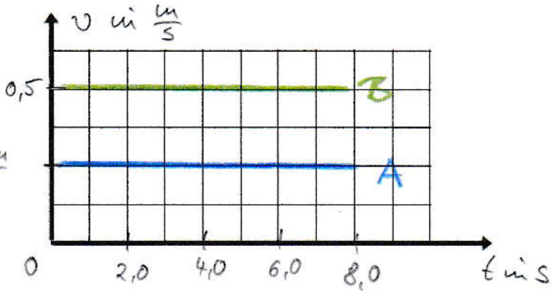
a) Beide Graphen sind Geraden
→ jeweils konstante Geschw.
Graph von B ist steiler
→ Geschw. von B ist größer
Graph von A startet bei 1,0 m
→ A hat einen Vorsprung beim Start



b) Am Schnittpunkt überholt Person B Person A

c) $v_A = \frac{s_A}{t_A} = \frac{2{,}0\,m}{8{,}0\,s} = 0{,}25\,\frac{m}{s}$

$v_B = \frac{s_B}{t_B} = \frac{4{,}0\,m}{8{,}0\,s} = 0{,}50\,\frac{m}{s}$



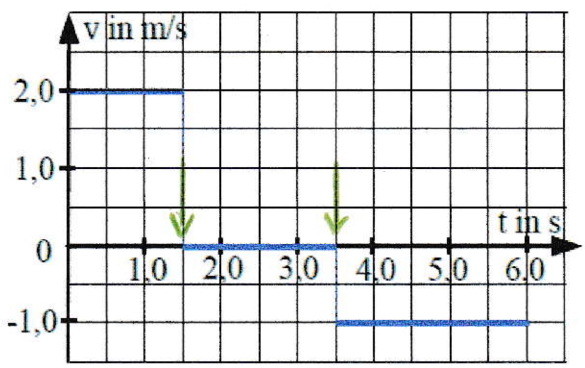
d) $s_A(t) = 0{,}25\,\frac{m}{s} \cdot t$

$s_B(t) = 0{,}50\,\frac{m}{s} \cdot t + 1{,}0\,m$

Allg.: $\boxed{s(t) = v_0 \cdot t + s_0}$

Das obere Bild zeigt das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm einer Bewegung. ***Dabei startet die Person bereits bei 1,0 m*** *(diese Information kann im t-v-Diagramm nicht dargestellt werden).*
a) Beschreibe den Verlauf der gesamten Bewegung.
b) Berechne die in den einzelnen Abschnitten jeweils zurückgelegten Wegstrecken.
c) Zeichne das zughörige Zeit-Weg-Diagramm.
d) Kommt die Person an den Ausgangspunkt zurück?

Training: Zusammengesetzte Bewegung



a) Person läuft zuerst 1,5 s lang mit konst. Geschwindigkeit 2,0 $\frac{m}{s}$, bleibt dann 2,0 s lang stehen und geht dann rückwärts mit konst. Geschwindigkeit 1,0 $\frac{m}{s}$.

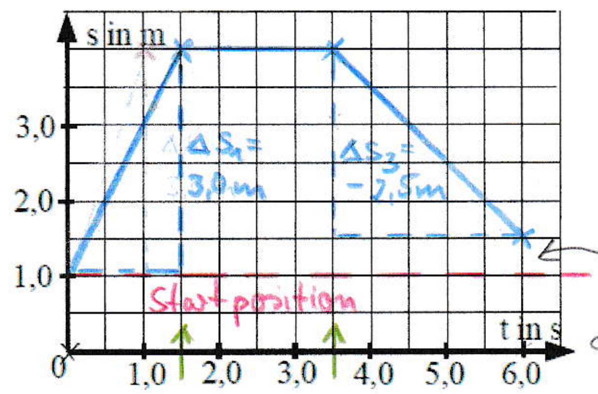
b) $\Delta s_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 =$

$2{,}0\,\frac{m}{s} \cdot 1{,}5\,s = 3{,}0\,m$

$\Delta s_2 = 0\,m$ (Stillstand)

$\Delta s_3 = v_3 \cdot \Delta t_3$

$= -1{,}0\,\frac{m}{s} \cdot 2{,}5\,s = -2{,}5\,m$



c) Person kommt nicht zur Startposition zurück

Selbst-Check:
- **Geschwindigkeit und Steigungsdreieck**
- **t-s-Diagramm**
- **t-v-Diagramm**
- **Fläche unter Graph**
- **Bewegungsgleichungen**

Übungsmöglichkeiten:

Perfekte Übungsmöglichkeit bieten Dir die Tests auf Leifiphysik unter **Teilgebiet Mechanik - gleichförmige Bewegung - Aufgaben**, besonders empfehlenswert ist hier das „Quiz zu t-s- und t-v-Diagrammen".

In dem Experiment untersuchen wir die beschleunigte Bewegung eines Wagens. Dein Lehrer kann das Experiment im Unterricht vorführen, Du kannst es im Schülerpraktikum vielleicht auch selbst durchführen. Die Zeitmessung kann mit Stoppuhren per Hand oder mit Lichtschranken erfolgen, eventuell auch mit Datenlogger. Auch ein passendes Experiment für die Smartphone-App "Phyphox" ist dokumentiert.

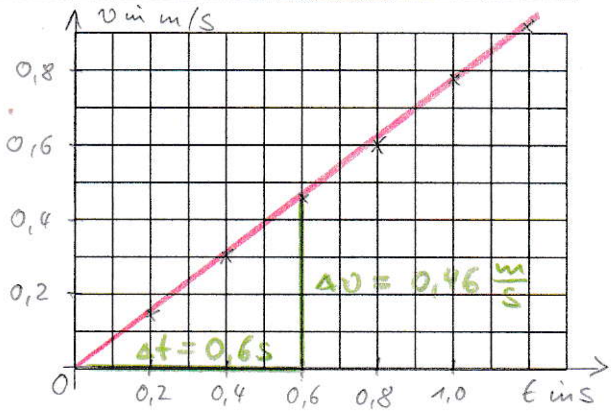
a) Ermittle die Messdaten für Fahrzeit und Geschwindigkeit.
b) Zeichne ein t-v-Diagramm.
c) Berechne nun auch die Quotienten der Wertepaare und interpretiere das Ergebnis.
d) Die Berechnung der Quotienten lässt sich auch mit Dreiecken unter dem Diagramm darstellen. Welcher mathematische Begriff verbirgt sich dahinter?
e) Proportionalitäten werden oft in der Form y = mx dargestellt. Verwende hierfür die physikalischen Variablen.

4.2 Beschleunigung

Experiment

t in s	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2		
v in m/s	0	0,14	0,30	0,46	0,60	0,78	0,92		
a = v/t in m/s²	–	0,70	0,75	0,77	0,75	0,78	0,77		

Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm:



Begriff:

$$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

heißt Beschleunigung

Zeit und Geschwindigkeit sind direkt proportional zueinander,

das Zeit-Weg-Diagramm stellt eine Gerade dar,

deren Steigung der **Beschleunigung** der Bewegung entspricht.

Der **Funktionsterm** für das t-v-Diagramm lautet:

Im letzten Kapitel haben wir mehrfach die Formel s = v · t für die Wegberechnung zum Einsatz gebracht.

a) Erkläre, weshalb das bei beschleunigten Bewegungen nicht so einfach klappt.
b) Überlege, welcher Wert für die Geschwindigkeit bei der im Diagramm dargestellten Bewegung sinnvoll verwendet werden könnte.
c) Berechne damit den zurückgelegten Weg.

Wegberechnung bei beschleunigter Bewegung

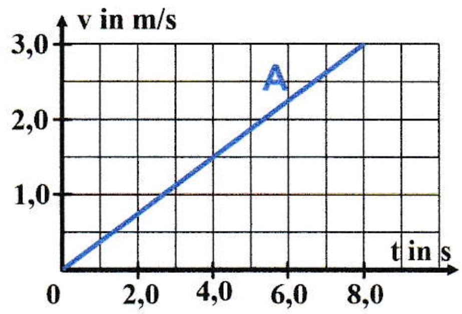
Konzept der mittleren Geschwindigkeit

Zur Wegberechnung lässt sich die Formel s = v · t nicht so einfach verwenden, da sich die Geschwindigkeit permanent ändert.

Trick:

Um mit der Formel s = v · t die korrekte Wegstrecke s zu berechnen, setzen wir für v

die mittlere Geschwindigkeit v_D ein.



$$v_D = \frac{v_A + v_E}{2} = \frac{0\,\frac{m}{s} + 3{,}0\,\frac{m}{s}}{2} = 1{,}5\,\frac{m}{s}$$

$$s = v_D \cdot \Delta t = 1{,}5\,\frac{m}{s} \cdot 8{,}0\,s = 12\,m$$

Im letzten Kapitel haben wir das Konzept "Strecke = Fläche unter dem Graphen" kennengelernt.

a) Berechne zuerst, welche Wegstrecke einem Kästchen entspricht.
b) Zähle alle Kästchen unter dem Graphen. Beginne mit den ganzen Kästchen, füge die angeschnittenen hinzu.
c) Berechne den Gesamtweg mit beiden vorgestellten Methoden und vergleiche.

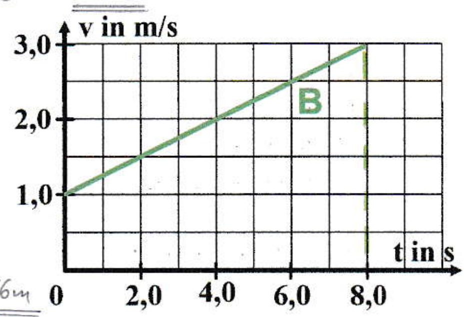
Konzept der "Fläche unter dem Graphen"

1 Kästchen "=" $0{,}5\,\frac{m}{s} \cdot 1{,}0\,s = 0{,}5\,m$

$28\,K + 4\,K = 32\,K$

$32 \cdot 0{,}5\,m = 16\,m$

$v_D = 2{,}0\,\frac{m}{s}$ $\quad s = 2{,}0\,\frac{m}{s} \cdot 8{,}0\,s = 16\,m$



B schafft in 8,0 s mehr Weg als A im oberen Beispiel, da B schon eine Anfangsgeschwindigkeit hat

Zeit-Weg-Funktion bei beschleunigter Bewegung

Wir sind jetzt in der Lage, aus einem Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm die zurückgelegten Wegstrecken zu bestimmen. In diesem Beispiel berechnen wir die Wegstrecken, die zu verschiedenen Zeitpunkten erreicht sind und ermitteln so ein Zeit-Weg-Diagramm.

a) Bestimme aus dem Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm die Wegstrecken, die ab dem Start nach 1,0 s, 2,0 s, 3,0 s, ... zurückgelegt wurden. Verwende hierbei eines der beiden Verfahren, das Du gerade kennengelernt hast.

b) Zeichne damit ein Zeit-Weg-Diagramm. Kennst Du dessen Form aus der Mathematik?

c) Bestimme aus dem oberen Diagramm den Wert für die Beschleunigung.

d) Deine Lehrkraft teilt Dir die Zeit-Weg-Funktion mit. Prüfe nach, ob sich damit dieselben Wegstrecken berechnen lassen.

a) $t_1 = 1{,}0\,s$: $0{,}5\,K \rightarrow 0{,}5 \cdot 0{,}5\,m = 0{,}25\,m$

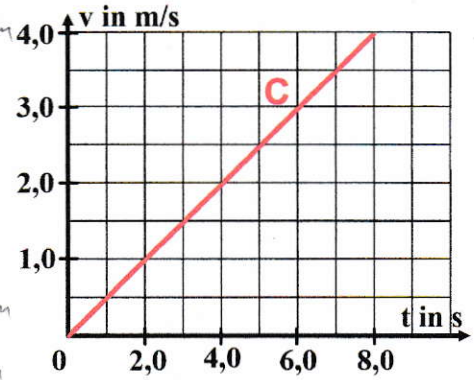
$t_2 = 2{,}0\,s$: $2\,K \rightarrow 2 \cdot 0{,}5\,m = 1{,}0\,m$

$t_3 = 3{,}0\,s$: $4{,}5\,K \rightarrow 4{,}5 \cdot 0{,}5\,m = 2{,}25\,m$

$t_4 = 4{,}0\,s$: $8\,K \rightarrow 8 \cdot 0{,}5\,m = 4{,}0\,m$

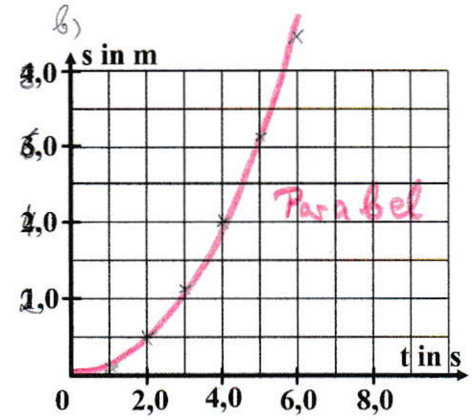
$t_5 = 5{,}0\,s$: $12{,}5\,K \rightarrow 12{,}5 \cdot 0{,}5\,m = 6{,}25\,m$

$t_6 = 6{,}0\,s$: $18\,K \rightarrow 18 \cdot 0{,}5\,m = 9\,m$



c) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4{,}0\,m/s}{8{,}0\,s} = 0{,}5\,\frac{m}{s^2}$

b)



z. B.

$s(4{,}0\,s) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\,\frac{m}{s^2} \cdot (4{,}0\,s)^2 = 4{,}0\,m$

$\boxed{s(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2}$

quadratische Funktion → Parabel

Training: Zusammengesetzte Bewegung

Das obere Bild zeigt das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm einer Bewegung. ***Dabei startet die Person bei 0 m*** *(diese Information kann im t-v-Diagramm nicht dargestellt werden).*

a) Beschreibe den Verlauf der gesamten Bewegung.

b) Bestimme die Beschleunigungen in den einzelnen Abschnitten.

c) Berechne die in den einzelnen Abschnitten jeweils zurückgelegten Wegstrecken.

d) Zeichne das zughörige Zeit-Weg-Diagramm.

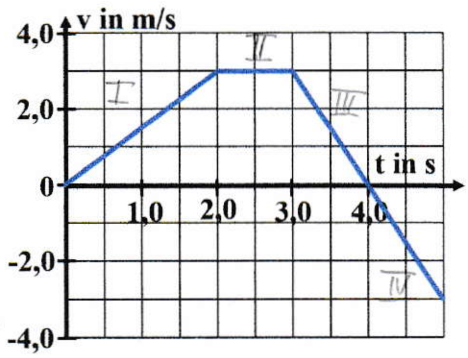
c) Kommt die Person an den Ausgangspunkt zurück?

a) I Person beschleunigt aus der Ruhe

II P. bewegt sich mit konst. Geschwindigkeit

III P. bremst ab

IV P. beschleunigt rückwärts



b) $a_I = \frac{\Delta v_I}{\Delta t_I} = \frac{3{,}0\,\frac{m}{s}}{2{,}0\,s} = 1{,}5\,\frac{m}{s^2}$

$a_{II} = 0\,\frac{m}{s^2}$

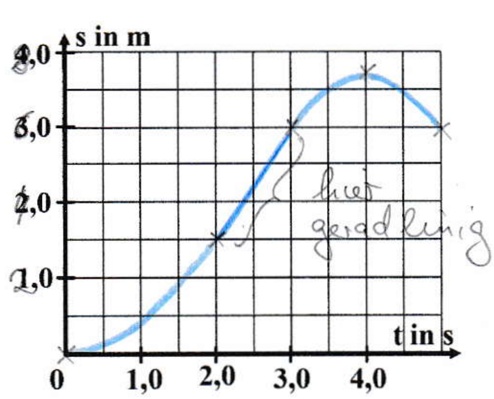
$a_{III} = a_{IV} = \frac{-3{,}0\,\frac{m}{s}}{1{,}0\,s} = -3{,}0\,\frac{m}{s^2}$

c) $s_I = v_D \cdot \Delta t_I = 1{,}5\,\frac{m}{s} \cdot 2{,}0\,s = 3{,}0\,m$

$s_{II} = 3{,}0\,\frac{m}{s} \cdot 1{,}0\,s = 3{,}0\,m$

$s_{III} = 1{,}5\,\frac{m}{s} \cdot 1{,}0\,s = 1{,}5\,m$

$s_{IV} = -1{,}5\,\frac{m}{s} \cdot 1{,}0\,s = -1{,}5\,m$



Selbst-Check:

- **Beschleunigung**
- **t-v-Diagramm**
- **Wegbestimmung**
- **t-s-Diagramm**
- **Bewegungsgleichungen**

Übungsmöglichkeiten:

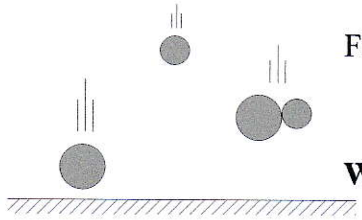
Aufgaben gibt's auf Leifiphysik unter **Teilgebiet Mechanik - beschleunigte Bewegung - Aufgabenübersicht**, nahe an dieser Stunde liegt "Interpretation eines t-v-Diagramms" sowie der Großteil des (leichten) Quiz (das nicht so leicht ist).

Noch zu Beginn der Neuzeit findet man in der Wissenschaft die Ansicht, schwere Körper würden schneller fallen als leichte. Galilei war der erste, der die Natur des freien Falls vollständig erfasste und in seinem Hauptwerk "Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alle mecanica & i movimenti locali" (1638) beschrieb. Hier findet sich ein Gespräch zum Vergleich von Körpern unterschiedlicher Masse (die Idee geht auf Giovanni Battista Benedetti zurück, 1570). ***Veranschauliche den Gedankengang durch eine Skizze und formuliere die Erkenntnis.***

Eine Animation gibt's auf Leifiphysik unter ***Teilgebiet Mechanik - freier Fall, senkrechter Wurf - Geschichte - Galileis Untersuchung des freien Falls.***

4.3 Freier Fall

Gedankenexperiment nach Galilei



Annahmen:

- schwerer Körper schneller
- langsamer Körper verzögert den schnelleren

Folgerung:

- zusammen langsamer als großer Körper allein

Widerspruch:

- beide zusammen noch schwerer, müssten noch schneller sein

Ergebnis: Alle Körper müssen gleich fallen.

Erkenntnis:

Alle Körper fallen gleich ,
sofern kein Luftwiderstand auftritt.

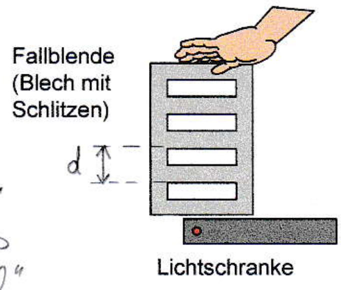
Ergänzung: *Das lässt sich mit einer Vakuumfallröhre leicht zeigen.*

Es ist gar nicht leicht, den Fall zu vermessen, da er naturgemäß sehr schnell abläuft.
Erläutere, in welcher Weise die Fallbewegung durch den Datenlogger aufgezeichnet wird.

Interpretiere das Messdiagramm.

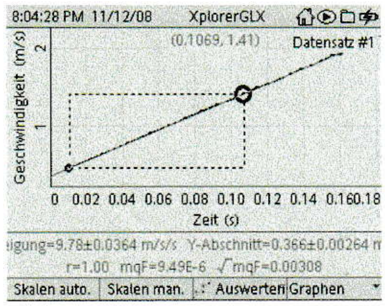
Auf Leifiphysik gibt's einen alternativen Versuch, in dem du dein Handy als Messgerät verwenden kannst: ***Teilgebiet Mechanik - Freier Fall, senkrechter Wurf - Versuche - Freier Fall (Smartphone-Experiment mit phyphox).***

Messung: Wie läuft der freie Fall ab?



Der Datenlogger registriert jeweils die Zeitpunkte, an denen der Kamm die Lichtschranke unterbricht. Der zurückgelegte Weg ergibt sich aus dem Abstand d zweier Balken „mal" der Anzahl der Unterbrechungen.

- Gerade im t-v-Diagramm
  → konstante Beschleunigung
- Beschleunigung = Steigung im t-v-Diagramm $= 9{,}78\,\frac{m}{s^2}$ (hier)



- neue Bezeichnung: $a = g$ (gravitational acceleration)

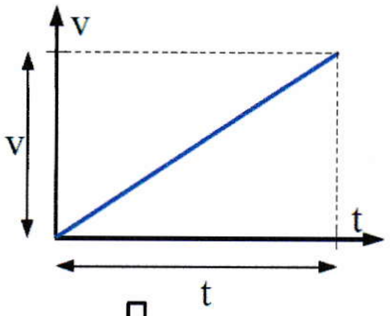
Erkenntnis:

Fällt ein Körper ohne Luftwiderstand, so ist die Beschleunigung konstant . Sie beträgt $9{,}81\,\frac{m}{s^2}$.
(Dies ist der Durchschnittswert für den Planten Erde).

Die erste Graphik zeigt nochmals vereinfacht das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm. **Gib den Term für die Zeit-Geschwindigkeits-Funktion an.**
Leite dann mit Hilfe der Durchschnittsgeschwindigkeit eine Formel für die erreichte Geschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Fallzeit t her. *(man findet hier oft auch ein "-", da die Bewegung nach unten geht, das ist aber nicht zwingend nötig).*

Eine Zusammenfassung der Formeln findest Du auf Leifiphysik unter Mechanik - Freier Fall senkrechter Wurf - Freier Fall - Grundwissen (wir stellen das wie in der zweiten Spalte dar).

Bewegungsgleichungen



$\boxed{v(t) = g \cdot t}$ mit $g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

(Zeit - Geschwindigkeits-Funktion)

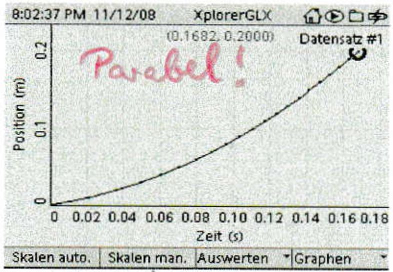
$v_D = \frac{1}{2}(0 + v) = \frac{1}{2} v$

mit $v = g \cdot t$ ergibt sich

$v_D = \frac{1}{2} g t$

$h = v_D \cdot t = \frac{1}{2} g t \cdot t$

„Fallgesetz" $\longrightarrow$ $\boxed{h(t) = \frac{1}{2} g t^2}$ (Zeit-Weg-Funktion)



a) Berechne die Höhe, aus der ein Klippenspringer abspringen muss, um mit Tempo 50 km/h auf die Wasseroberfläche zu treffen. Bestimme dabei auch die Fallzeit.
b) Ein Klippenspringer hüpft aus 8,00 m ins Meer. Ein anderer, der <u>gleichzeitig</u> abgesprungen ist, taucht 2,55 s später ein. Berechne die Absprunghöhe des Zweiten.
c) Berechne die Geschwindigkeiten, mit der die beiden Springer aus b) jeweils eintauchen.
d) Vergleiche die Ergebnisse aus c) aus energetischer Sicht und kommentiere mit Blick auf die Werte in b).

Musteraufgabe: Klippenspringen

a) $v = g \cdot t \;\rightarrow\; t = \frac{v}{g} = \frac{(50:3{,}6)\frac{m}{s}}{9{,}81\frac{m}{s^2}} = 1{,}42\,s$

$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot (1{,}42\,s)^2 = 9{,}9\,m$

b) 1. Springer: $h = \frac{1}{2} g t^2 \;\rightarrow\; t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = 1{,}28\,s$

2. Springer: $t_2 = 1{,}28\,s + 2{,}55\,s = 3{,}83\,s$

$\rightarrow h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot (3{,}83)^2 = 72\,m$ $= 8\,m \cdot 9$

c) 1. Springer: $v_1 = g \cdot t_1 = 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}28\,s = 12{,}6\frac{m}{s}$

$\cdot 3$

2. Springer: $v_1 = g \cdot t_2 = 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 3{,}83\,s = 37{,}6\frac{m}{s}$

d) Geschwindigkeit 3-mal so groß → kin. Energie 9-mal so groß
Höhe 9-mal so groß → Höhenenergie 9-mal so groß

Selbst-Check:
- **freier Fall und Masse**
- **Vermessung des Falles**
- **Bewegungsgleichungen für den freien Fall**
- **Berechnungen**

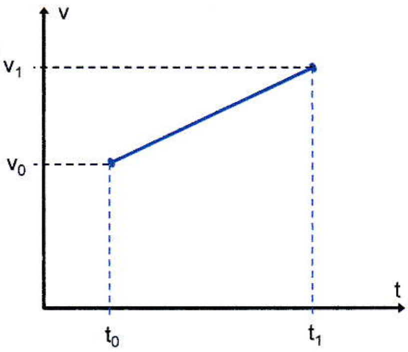
Übungsmöglichkeiten:

Passende Aufgaben gibt's auf Leifiphysik unter **Teilgebiet Mechanik - Freier Fall, senkrechter Wurf - Freier Fall - Aufgaben**. Zum Trainieren bieten sich vor allem die **"Standardaufgaben"** an. Versuche hier soweit möglich, Ergebnisse mit Hilfe von Energieberechnungen zu kontrollieren.

Beim Beschleunigen und Bremsen verändern wir nicht nur die Geschwindigkeit, wir legen dabei gleichzeitig auch Wegstrecken zurück, die gerade im Straßenverkehr oft große Bedeutung haben können. Im ersten Abschnitt leiten wir mit dem Konzept "Fläche unter dem Graphen" eine Formel her, die in diesem Zusammenhang hilfreich sein kann.
Der Graph zeigt das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm für einen Beschleunigungsvorgang. Wir berechnen den zurückgelegten Weg als Trapezfläche unter dem Graphen.

4.4 Beschleunigungs- und Bremswege

Die v^2-Formel



Nebenrechnung:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_1 - v_0}{a}$$

"Fläche unter dem Graphen":

$$\Delta s = A_{Trapez} = \frac{v_1 + v_0}{2} \cdot \Delta t$$

$$= \frac{v_1 + v_0}{2} \cdot \frac{v_1 - v_0}{a} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \quad | \cdot 2a$$

$$\boxed{2a \cdot \Delta s = v_1^2 - v_0^2}$$

Aufgabe:
Auf der Landstraße fährt ein Lkw mit Tempo 72 km/h hinter einem langsameren. Der Fahrer will zum Überholen mit 0,6 m/s² bis auf 90 km/h beschleunigen. Berechne welchen Weg er dabei zurücklegt.

$72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$

$90 \frac{km}{h} = 25 \frac{m}{s}$

" : 3,6 "

Beschleunigen vom Stillstand:

$v_0 = 0 \rightarrow 2a \cdot \Delta s = v^2$

Bremsen bis zum Stillstand:

$v_1 = 0 \rightarrow 2a \cdot \Delta s = -v_0^2$

beachte: a ist hier negativ

Aufgabe:

$$\Delta s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(25\frac{m}{s})^2 - (20\frac{m}{s})^2}{2 \cdot 0{,}6\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{188\,m}}$$

Der ADAC hat aktuellen Pkw unter Idealbedingungen auf trockener Straße Bremsverzögerungen von etwa a = - 10 m/s² gemessen. Bei schlechteren Bedingungen kann dieser Wert leicht auf die Hälfte abnehmen.
a) Berechne jeweils den Bremsweg aus 54 km/h.
b) Gib Gründe an, die zu einer Verschlechterung der Bremsverzögerung führen.

Bremsweg

Unter dem **Bremsweg** versteht man die Fahrstrecke, die ein Fahrzeug während des Bremsvorganges bis zum Stillstand zurücklegt.

a) $2a \cdot \Delta s = -v_0^2$

$$\Delta s_{10} = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(15\frac{m}{s})^2}{2 \cdot (-10\frac{m}{s^2})} = \underline{\underline{11\,m}} \quad (11{,}25\,m)$$

$$\Delta s_5 = \frac{-(15\frac{m}{s})^2}{2 \cdot (-5\frac{m}{s^2})} = \underline{\underline{23\,m}} \quad (22{,}5\,m)$$

b) nasse Fahrbahn oder eisig, alte Reifen, schlechte Bremsen

Im Folgenden findest Du (ohne Rücksicht auf physikalische Einheiten) zwei Faustregeln, die Fahranfangende seit Jahrzehnten in der Fahrschule lernen.
Begründe ihre Sinnhaftigkeit und erläutere, welche Fahrbedingungen und welche kinematischen Zusammenhänge diesen zugrundegelegt sind. Führe Rechnungen beispielhaft für die Geschwindigkeit 50 km/h durch.

Faustregel: "Tacho durch 10 - hoch 2 ergibt den Bremsweg"

$\Delta s = (50:10)^2\,m = 25\,m$ orientiert sich an schlechten Bremsbedingungen

Die Faustregel zeigt die quadratische Abhängigkeit von v.

Faustregel: "halber Tacho ergibt Abstand zum Vorausfahrenden"

Wenn man die Bremsleuchten des Vorausfahrenden sieht, vergeht noch etwa 1s, bis man selbst die Bremse betätigt. Dann sollte man nicht weiter sein als der Vorausfahrende zu Bremsbeginn.

Bsp: $(50:3{,}6)\frac{m}{s} \cdot 1s = \underline{\underline{14\,m}}$

Der **Reaktionsweg** ist die Strecke, die ein Fahrzeug vom Erkennen einer Gefahr bis zum Betätigen der Bremse zurücklegt (Schrecksekunde).

"halber Tacho" = $\underline{\underline{25\,m}}$

→ man bremst 11 m früher

Bis das Fahrzeug in einer Gefahrensituation zum Stillstand kommt, fahren wir also zunächst noch eine ganze Zeit (etwa 1 s lang) mit gleichbleibender Geschwindigkeit (Reaktionsweg) und bremsen dann erst ab (Bremsweg).

Aufgabe:

An einer Schule ist die Geschwindigkeit auf 30 km/h reduziert. 20 m vor einem Pkw läuft ein Kind auf die Straße.

a) Untersuche, ob ein Pkw, der 54 km/h schnell ist, noch anhalten kann.

b) Wiederhole die Rechnung für 36 km/h.

c) Berechne für Fall a) die Geschwindigkeit des Pkw an der Stelle, an der sich das Kind befindet.

d) Analysiere den Vorgang graphisch.

e) Nimm Stellung zu Forderungen nach mehr Tempolimits.

Anhalteweg

Der **Anhalteweg** ist die gesamte Strecke, die ein Fahrzeug vom Erkennen einer Gefahr bis zum Abbremsen zum Stillstand zurücklegt.

Anhalteweg = Reaktionsweg + Bremsweg

a) Reaktionsweg:

$\Delta s_R = v \cdot \Delta t = 15\frac{m}{s} \cdot 1s = 15m$

Bremsweg (s. Folie 2): $\Delta s_B = 11m$

Anhalteweg: $\Delta s = 15m + 11m = 26m$

→ er kann nicht anhalten

b) Reaktionsweg: $\Delta s_R = 10\frac{m}{s} \cdot 1s = 10m$

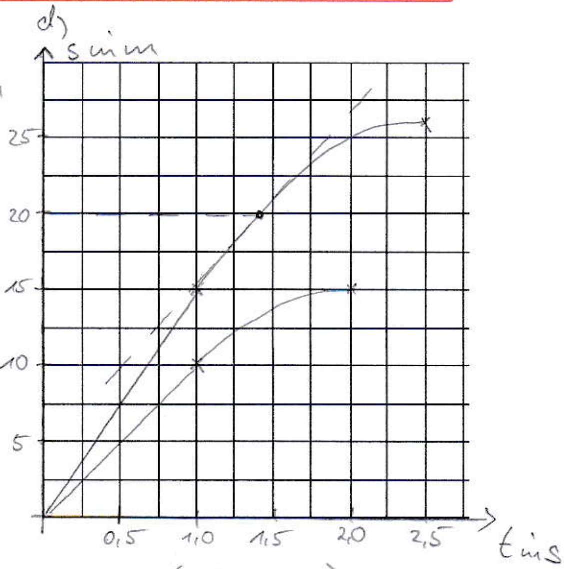
Bremsweg:

$\Delta s_B = \frac{-v^2}{2a} = \frac{-(10\frac{m}{s})^2}{-20\frac{m}{s^2}} = 5{,}0m$

Anhalteweg: $\Delta s = 10m + 5m = 15m$

→ er kann anhalten

d)



c) $v_1^2 - v_0^2 = 2a \cdot \Delta s \rightarrow v_1^2 = v_0^2 + 2a\Delta s = (15\frac{m}{s})^2 - 2 \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot (20m - 15m) = 125m^2$

$\rightarrow v_1 = \sqrt{125m^2} = 11{,}2\frac{m}{s} = 40\ km/h$

e) Bei typischer Stadtgeschwindigkeit überfährt der Pkw trotz Bremsmanöver das Kind mit immer noch hoher Geschwindigkeit → Tempo 30 macht Sinn vor Schulen und Kindergärten

Eine häufige Ursache von Unfällen auf Landstraßen ist nicht angepasste Geschwindigkeit bei witterungsbedingt niedrigen Sichtweiten (z.B. Nebel oder Starkregen).

Aufgabe:

a) Eine Autofahrerin reduziert bei nur noch 50 m Sichtweite ihr Tempo auf 80 km/h. Untersuche, ob sie vor einem plötzlich auftauchenden Hindernis auf der Fahrbahn noch rechtzeitig anhalten kann.

b) Ein anderer Pkw-Lenker behält in dieser Situation 100 km/h bei. Berechne Anhalteweg und Kollisionsgeschwindigkeit mit dem Hindernis.

c) Leite Verhaltensregeln für die Fahrenden ab.

Training: Angepasste Geschwindigkeit

a) Reaktionsweg: $\Delta s_R = v \cdot \Delta t = (80:3{,}6)\frac{m}{s} \cdot 1{,}0s = 22m$

Bremsweg: $\Delta s_B = -\frac{v^2}{2a} = -\frac{[(80:3{,}6)\frac{m}{s}]^2}{-2 \cdot 10\frac{m}{s^2}} = 25m$

Anhalteweg: $\Delta s = 22m + 25m = 47m$ → sie kann vorher anhalten (50m)

b) Reaktionsweg: $\Delta s_R = (100:3{,}6)\frac{m}{s} \cdot 1{,}0s = 28m$

Bremsweg: $\Delta s_B = -\frac{[(100:3{,}6)\frac{m}{s}]^2}{-2 \cdot 10\frac{m}{s^2}} = 39m$

Anhalteweg: $\Delta s = 28m + 39m = 67m$

c) Bei schlechten Sichtbedingungen sollte man seine Geschwindigkeit anpassen (unter die vorgeschriebene Geschwindigkeit, die für die Straße gilt), um bei Hindernissen, die man jetzt später sieht, noch bremsen zu können. Das gleiche gilt für schlechte Fahrbahnbedingungen (Nässe, Schnee, Eis), die den Bremsweg verlängern.

zu b) $v_1^2 - v_0^2 = 2a \cdot \Delta s$

$v_1^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$

$= [(100:3{,}6)\frac{m}{s}]^2 - 2 \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot (50m - 28m)$

$= 331{,}6\frac{m^2}{s^2} \rightarrow v_1 = 18\frac{m}{s} = 66\frac{km}{h}$

Selbst-Check:

- **die v^2-Formel**
- **Bremsweg**
- **Reaktionsweg**
- **Anhalteweg**

Übungsmöglichkeiten:

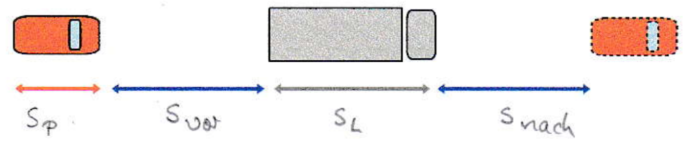
Passende Aufgaben gibt's auf Leifiphysik unter **Teilgebiet Mechanik - Lineare Bewegung Gleichungen - Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen - Aufgaben**. "Bremsweg" und "Autofahrt bei Nacht" nutzen die Formel, die im Mittelpunkt dieses Kapitels stand.

4.5 Überholvorgänge

Der "Mehrweg" beim Überholen

Überholmanöver zählen zu den unfallträchtigsten Vorgängen im Straßenverkehr. Unfälle werden dabei meist durch fehlerhafte Einschätzungen verursacht.

> *Faustregel für die Sicherheitsabstände s_{vor} und s_{nach}: "halber Tacho" entspricht 50 m auf der Landstraße.*



> Der "Mehrweg" ist der Wegunterschied, den das überholende Fahrzeug im Vergleich zum überholten Fahrzeug mehr zurücklegen muss.
>
> hier: $s_{mehr} = s_p + s_{vor} + s_L + s_{nach}$

Aufgabe:
Auf der Landstraße fährt ein 6 m langer Lkw mit Tempo 72 km/h. Ein 4 m langer Pkw nähert sich mit 108 km/h und überholt mit dem empfohlenen Abstand.
a) Berechne "Mehrweg", Überholdauer und gesamt zurückgelegten Weg.
b) Erläutere, welchen Straßenabschnitt der Pkw-Lenker vor dem Ausscheren voraus überblicken sollte.
c) Diskutiere Abweichungen von dieser Modellierung, die sich in der Praxis häufig ergeben.

a) "Mehrweg beim Überholen":

$s_{mehr} = 4\,m + 50\,m + 6\,m + 50\,m = 110\,m$

Geschwindigkeitsunterschied der beiden Fahrzeuge:

$v_L = 20\frac{m}{s}$, $v_P = 30\frac{m}{s}$ $\rightarrow$ $\Delta v = v_P - v_L = 30\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$

Überholdauer:

$\Delta v = \frac{s_{mehr}}{t} \rightarrow t = \frac{s_{mehr}}{\Delta v} = \frac{110\,m}{10\frac{m}{s}} = \underline{\underline{11\,s}}$

Überholweg:

$s_{ges} = v_P \cdot t = 30\frac{m}{s} \cdot 11\,s = \underline{330\,m}$

> Der **Überholweg** ist die gesamte Strecke, die vom überholenden Fahrzeug (auf der anderen Fahrspur) zurückgelegt wird.

b) Vor dem Überholen sollte man $2 \cdot 330\,m = \underline{660\,m}$ überblicken können, weil auf der Gegenfahrbahn ein anderer Pkw mit gleicher Geschwindigkeit entgegen kommen könnte.

c) Häufig reduzieren die Überholenden die Sicherheitsabstände und erhöhen das Tempo, was Überholzeit und -weg reduziert aber zusätzliche Risiken mit sich bringt (Kollisionsgefahr, Schleudergefahr, etc.)

Aufgabe:
In der vorhergehenden Situation reduziert der überholende Pkw-Lenker die Sicherheitsabstände auf 10 m beim Ein- und Ausscheren.
a)Berechne Überholdauer und Überholweg erneut.
b) Diskutiere Vorteile und Risiken dieses Verhaltens.

Reduzierung der Sicherheitsabstände:

a) $s_{mehr} = 4\,m + 10\,m + 6\,m + 10\,m = \underline{30\,m}$

$t = \frac{s_{mehr}}{\Delta v} = \frac{30\,m}{10\frac{m}{s}} = \underline{\underline{3{,}0\,s}}$

$s_{ges} = v_P \cdot t = 30\frac{m}{s} \cdot 3{,}0\,s = \underline{90\,m}$

b) Der Überholende ist kürzere Zeit auf der Gegenfahrbahn, damit braucht er weniger freie Strecke zum Überholen. Bei unerwarteten Brems- oder Beschleunigungsvorgängen des Lkw kann es zur Kollision kommen.

Häufig fährt man eine Weile hinter einem langsameren Fahrzeug her, bevor sich eine Gelegenheit zum Überholen ergibt. In diesem Fall muss beschleunigt werden.

Aufgabe:
Der Pkw fährt zunächst (mit Abstand 10 m) hinter dem Lkw her und beschleunigt während des Überholvorganges bis zum Einscheren mit 10 m Abstand auf 126 km/h. Wir modellieren die Situation durch eine konstante Beschleunigung bis zum Einscheren (das trifft nicht immer zu).

Überholen mit Beschleunigung:

Anfangsgeschwindigkeit: $v_A = 20\frac{m}{s}$ Endgeschwindigkeit: $v_E = 35\frac{m}{s}$

$v_D = \underline{\underline{27{,}5\frac{m}{s}}}$

$\Delta v = 27{,}5\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s} = \underline{\underline{7{,}5\frac{m}{s}}}$

$t = \frac{s_{mehr}}{\Delta v} = \frac{30\,m}{7{,}5\frac{m}{s}} = \underline{\underline{4{,}0\,s}}$

$s_{ges} = v_D \cdot t = 27{,}5\frac{m}{s} \cdot 4{,}0\,s = \underline{\underline{110\,m}}$

Überholzeit und Überholweg sind größer, obwohl der Überholende eine höhere Endgeschwindigkeit erreicht, da er am Anfang langsam hinter dem Lkw herfährt. Bei der hohen Endgeschwindigkeit besteht beim Einscheren Schleudergefahr.
Tipp: Zuerst Abstand zum Lkw lassen und dann vor dem Ausscheren bereits beschleunigen, dann ist die Zeit auf der Gegenfahrbahn kürzer.

Aufgabe:
Ein 6 m langes Wohnmobil fährt mit 126 km/h auf der Autobahn. 1 km vor einer Baustelle sieht der Fahrer einen 14 m langen Lastwagen, der ~~250 m~~ 200 m vor ihm mit Tempo 90 km/h fährt.
a) Berechne Überholdauer und Überholweg, wenn beide Fahrzeuge ihr Tempo beibehalten.
b) Beurteile das Überholmanöver.
Im Folgenden führen wir eine ausführliche Analyse dieses Vorganges mit Hilfe der Bewegungsgleichungen durch.
c) Stelle die Zeit-Weg-Gleichungen für beide Fahrzeuge auf und ermittle daraus die Überholdauer.
d) Stelle beide Bewegungen in einem gemeinsamen Diagramm dar.

Ausführliche Analyse eines Überholvorganges:

a) $s_{mehr} = 6\,m + 200\,m + 14\,m + 50\,m = \underline{\underline{270\,m}}$

$\Delta v = 35\,\frac{m}{s} - 25\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{10\,\frac{m}{s}}}$

$t = \frac{270\,m}{10\,\frac{m}{s}} = \underline{\underline{27\,s}}$ $\qquad s_{ges} = 35\,\frac{m}{s} \cdot 27\,s = \underline{\underline{945\,m}}$

b) Das ist knapp. Er hat dann noch 55 m bis zum Baustellenbereich (Tempobegrenzung) und hat für eine viel zu hohe Geschwindigkeit, die er abbremsen muss. Bleibt er auf der linken Fahrspur, dann hat er vielleicht Probleme mit der Fahrzeugbreite, da die Fahrspuren in Baustellen oft schmaler sind.

c) $s_W = v_W \cdot t = 35\,\frac{m}{s} \cdot t$

$s_L = v_L \cdot t + s_0 = 25\,\frac{m}{s} \cdot t + 270\,m$

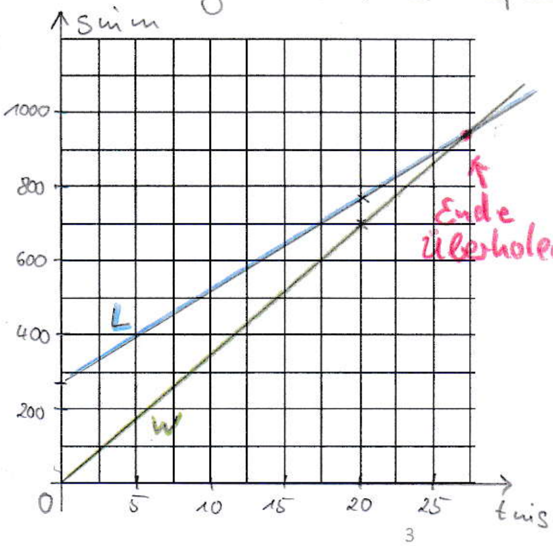
$s_W = s_L$

$v_W \cdot t = v_L \cdot t + s_0 \quad | -(v_L \cdot t)$

$(v_W - v_L) \cdot t = s_0$

$t = \frac{s_0}{v_W - v_L} = \frac{270\,m}{10\,\frac{m}{s}} = \underline{\underline{27\,s}}$

(wie in der kurzen Rechnung oben)



Wenn wir die Endgeschwindigkeit beim Beschleunigen nicht kennen, funktioniert das auf Folie 2 verwendete Verfahren nicht mehr, das von Folie 3 dagegen schon.
Aufgabe:
Ein Streifenwagen steht neben der Landstraße, die Beamten beobachten die vorbeifahrenden Fahrzeuge. Ein Kastenwagen, der mit Tempo 108 km/h vorbeifährt, kommt ihnen verdächtig vor. Sie neben 3 s später die Verfolgung auf und beschleunigen dabei mit 5 m/s².
a) Stelle für beide Fahrzeuge Zeit-Weg-Gleichungen auf.
b) Ermittle Zeit und Weg bis zum Einholen.
c) Berechne das erreichte Tempo des Polizeiautos und bewerte die Modellierung.

diese Modellierung ist unrealistisch, weil das Polizeiauto auf einer Landstraße nicht so schnell fährt

Ausführliche Analyse bei beschleunigter Bewegung:

a) Vorsprung: $s_0 = v_0 \cdot t_0 = (108 : 3{,}6)\,\frac{m}{s} \cdot 3\,s = 30\,\frac{m}{s} \cdot 3\,s = \underline{\underline{90\,m}}$

$s_K = v_0 \cdot t + s_0 = 30\,\frac{m}{s} \cdot t + 90\,m$

$s_P = \frac{1}{2} a_P \cdot t^2 = 2{,}5\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2$

b) Einholen: $s_P = s_K$

$\frac{1}{2} a_P t^2 = v_0 \cdot t + s_0$

$\frac{1}{2} a_P \cdot t^2 - v_0 t - s_0 = 0$

$t_{1/2} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} a_P \cdot s_0}}{a_P}$

bei „−" würde sich eine negative Zeit ergeben, da die $\sqrt{\ }$ größer ist als $30\,\frac{m}{s}$

$= \frac{30\,\frac{m}{s} (\pm) \sqrt{(30\,\frac{m}{s})^2 + 2 \cdot 5\,\frac{m}{s^2} \cdot 90\,m}}{5\,m/s^2}$

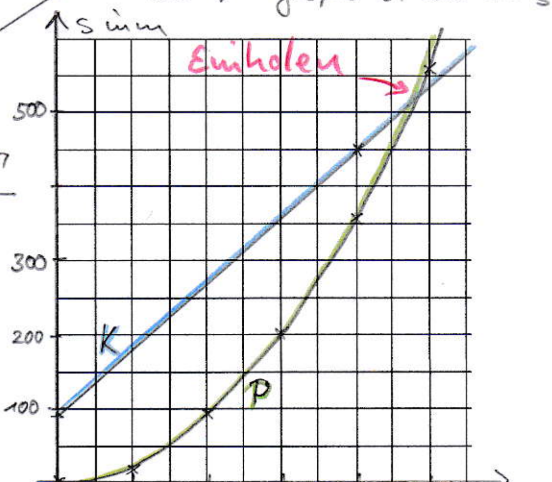
$= \underline{\underline{14{,}5\,s}}$

$s(14{,}5\,s) = 30\,\frac{m}{s} \cdot 14{,}5\,s + 90\,m$

$= \underline{\underline{525\,m}}$

c) $v_P(14{,}5\,s) = a_P \cdot t = 5\,\frac{m}{s^2} \cdot 14{,}5\,s$

$= 72{,}5\,\frac{m}{s} = 261\,\frac{km}{h}$



Selbst-Check:
- **Mehrweg, Überholweg**
- **Sicherheitsabstände**
- **rechnerische und graphische Lösung**

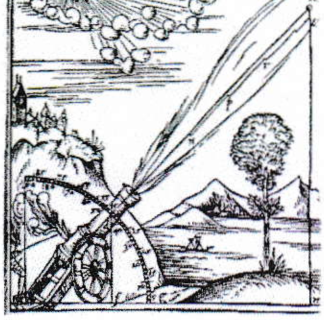
Übungsmöglichkeiten:

Passende Aufgaben gibt's auf Leifiphysik unter **Teilgebiet Mechanik - Lineare Bewegung Gleichungen - Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen - Aufgaben**. Das "Quiz zu Überholvorgängen" bezieht sich genau auf das Verfahren auf der Vorderseite dieses Arbeitsblattes.

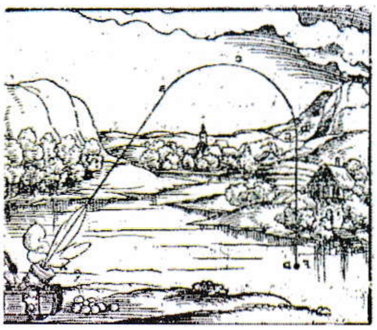
Die Bewegungsexperimente in der 9. Jahrgangsstufe und auch die Stoßversuche konnten auf einer geraden Fahrbahn durchgeführt werden. In diesem Kapitel analysieren wir zum ersten Mal eine Bewegung, die in 2 Raumdimensionen verläuft. Historisch war der Wurf wichtig, weil sich die Menschen schon immer mit Projektilen gegenseitig beworfen haben, um ihrem Mitmenschen zu schaden (Steinschleuder, Kanonen, Gewehre). **Beschreibe, wie die Menschen im 15. und 16. Jahrhundert die Flugbahn von Kanonenkugeln gezeichnet haben und erläutere die Vorstellungen und Beobachtungen, die sich dahinter verbergen.**

4.6 Waagrechter Wurf – Flugbahn

Historische Betrachtung



Kugel fliegt solange geradeaus, bis sie ihren Schwung verloren hat und fällt dann runter. Beim genauen Hinsehen sieht man im Anstieg auch schon kleine „Fallstücke" (Erdanziehung!).

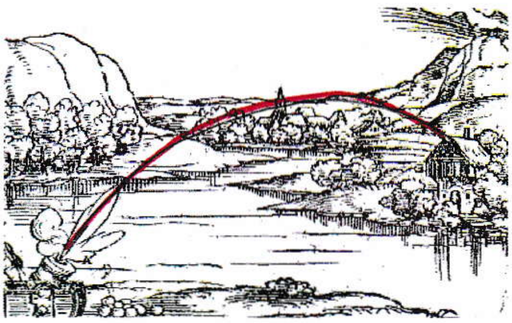


Die Flugbahn ist nicht eckig, sondern rund (Beobachtung). Am Anfang aber geradliniger Anstieg, am Ende senkrechter Absturz.

Das Konzept der geradlinigen Bewegung und des „Schwungs" (lat. impetus) wird kombiniert mit der Wahrnehmung, dass eine Erdanziehung existiert.

Zeichne Deine eigene Vorstellung von der Flugbahn der Kanonenkugel in die leere Vorlage und erläutere die Unterschiede.

Meine eigene Vorstellung:



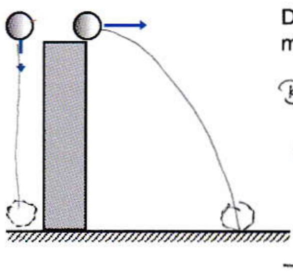
- Flugbahn durchgängig gekrümmt
- symmetrisch zur Achse durch den Scheitelpunkt

Galilei veröffentlichte 1638 in seinem Buch "Discorsi" zum ersten Mal die korrekte mathematische Analyse der Wurfbahn. Ausgangspunkt war ein allgemeines Prinzip zu zweidimensionalen Bewegungen, das er postuliert hatte. Wir können das Prinzip mit einem einfachen Experiment veranschaulichen.
Erläutere die Wirkung des Unabhängigkeitsprinzips auf den Ausgang des Experiments.

Das Prinzip der Unabhängigkeit von Bewegungen (Galilei):

Eine zweidimensionale Bewegung lässt sich betrachten als zusammengesetzt aus zwei eindimensionalen.

Dabei beeinflussen sich die beiden eindimensionalen Bewegungen gegenseitig nicht. (x-Richtung / y-Richtung)



Die rechte Kugel wird waagrecht abgeschossen, gleichzeitig lässt man die linke Kugel aus der gleichen Höhe fallen. ...

Beide Kugeln schlagen gleichzeitig auf dem Boden auf, obwohl die rechte eine längere Bahn hatte
→ der waagrechte Abschuss beeinflusst den senkrechten Fall nicht

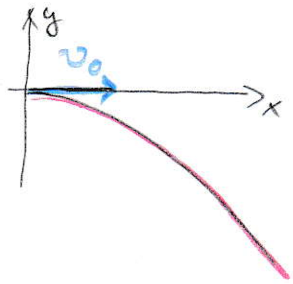
Zur Vereinfachung betrachten wir einen waagrechten Abschuss mit einer festen Startgeschwindigkeit v_0.
a) Stelle für x- und y- Richtung jeweils eine Bewegungsgleichung x(t) und y(t) auf. Überlege dabei, welche Kräfte in die jeweilige Richtung wirken.
b) Leite aus den beiden Gleichungen eine Bahnkurve y(x) her. (Tipp: Eliminiere t durch Auflösen und Einsetzen.)
c) Erkläre, welche Aussage die Funktion y(x) über die Flugbahn macht.

Beachte:
Während die Bewegungsgleichungen x(t) und y(t) die Veränderung des Ortes nach der Zeit beschreiben, enthält y(x) nur noch die Information zur Form der Flugbahn.

Mathematische Modellierung der Bahnkurve - Wurfparabel:

a)

waagrecht: (I) $x(t) = v_0 \cdot t$
konstante Geschwindigkeit, da keine Kraft in x-Richtung wirkt



senkrecht: (II) $y(t) = -\frac{1}{2} g t^2$
beschleunigte Bewegung, freier Fall

b) aus (I) $\rightarrow t = \frac{x}{v_0}$
in (II) $\rightarrow y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}$

$$\boxed{y(x) = -\underbrace{\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2}}_{const} \cdot x^2}$$

$y(x) = -const \cdot x^2 \rightarrow$ nach unten geöffnete Parabel!

siehe „Meine eigene Vorstellung"

Um in schwer zugänglichen Gegenden (z.B. in Afrika) große Mengen an Nahrungsmitteln schnell und kostengünstig zu verteilen, setzten die Vereinten Nationen (UN) auf den Abwurf von Säcken aus tieffliegenden Flugzeugen.

Aus einer Flughöhe von 250 m werden bei 216 km/h Geschwindigkeit Säcke aus dem Flugzeug geworfen.
a) Berechne die Zeit bis zum Auftreffen.
b) Wie weit vor dem Zielfeld muss der Abwurf erfolgen?

Training: Abwurf von Nahrungsmittelpaketen

a) senkrecht: $y = -\frac{1}{2} g t^2 \quad | \cdot (-2) \,|: g$

$t^2 = \frac{-2y}{g}$

$t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot (-250\,m)}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} = \underline{\underline{7{,}1\,s}}$

b) waagrecht:
$x = v_0 \cdot t$
$= (216 : 3{,}6)\,\frac{m}{s} \cdot 5{,}0\,s = 60\,\frac{m}{s} \cdot 7{,}1\,s = \underline{\underline{426\,m}}$

Die Säcke in der Luft bewegen sich während des Fallens in Flugrichtung 426 m weiter $\rightarrow$ Abwurf vor Zielpunkt

Selbst-Check:
- **frühe Vorstellungen zu Flugbahnen von Geschossen**
- **Unabhängigkeit von Bewegungen**
- **mathematische Modellierung**
- **Wurfparabel**

Übungsmöglichkeiten:

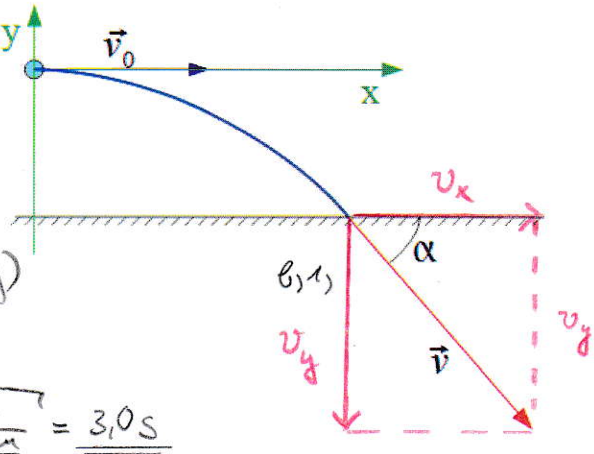
Passende Aufgaben gibt's auf Leifiphysik unter Teilgebiet Mechanik - Waagrechter und schräger Wurf - Waagrechter Wurf. Hier sind die mittelschweren (gelben) Aufgaben gerade richtig. Ein passendes Quiz findet sich hier auch.

In diesem Kapitel schauen wir uns die Flugbahn beim Wurf noch etwas genauer an. Wir betrachten dabei den Geschwindigkeitsvektor (Pfeil) am Auftreffpunkt.

4.7 Vertiefung
Auftreffwinkel

Beachte:

Der Geschwindigkeitsvektor zeigt die aktuelle Flugrichtung sowie die Bahngeschwindigkeit an.



Eine Kanonenkugel wird mit 50 m/s von einem 44 m hohen Turm waagrecht abgeschossen.
a) Berechne zuerst die Zeit bis zum Auftreffen und die erreichte Wurfweite.
b) Bestimme den Winkel α:
1. Zerlege den Vektor v in zwei Richtungen (v_x, v_y).
2. Gib die Gleichungen für $v_x(t)$ und $v_y(t)$ an.
3. Berechne v_x und v_y am Auftreffpunkt.
4. Ermittle einen Term für den Auftreffwinkel und berechne diesen.

a) $y = -\frac{1}{2} g t^2 \quad | : (-\frac{1}{2} g)$

$t^2 = \frac{-2y}{g} \quad | \sqrt{\ }$

$t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{88 m}{9{,}81 \frac{m}{s^2}}} = \underline{\underline{3{,}0 s}}$

$x = v_0 \cdot t = 50 \frac{m}{s} \cdot 3{,}0 s = \underline{\underline{150 m}}$

b) 1)

b) 2) $v_x(t) = v_0$ konst. Funktion!

$v_y(t) = -g \cdot t$

3) $v_x(3s) = v_0 = \underline{\underline{50 \frac{m}{s}}}$

$v_y(3s) = -9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 3{,}0 s = \underline{\underline{-29 \frac{m}{s}}}$

4) $\tan\alpha = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{29 \frac{m}{s}}{50 \frac{m}{s}} = 0{,}59$

$\rightarrow \underline{\underline{\alpha = 30{,}5°}}$ (es gilt auch $-30{,}5°$, Winkel unter der Achse)

c) Stelle einen Term für den Betrag (Länge) des Geschwindigkeitsvektors v auf und berechne diesen für die Werte aus b). Verwende hierzu die Zeichnung auf der 1. Folie.

Bahngeschwindigkeit

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ Pythagoras

$= \sqrt{(-29 \frac{m}{s})^2 + (50 \frac{m}{s})^2}$

$= \underline{\underline{58 \frac{m}{s}}}$

Die Bahngeschwindigkeit ist diejenige Geschwindigkeit, die ein Projektil (Körper) auf seinem eigenen ......Tacho...... ablesen würde.
Sie setzt sich aus den ......Geschwindigkeitskomponenten v_x u. v_y...... vektoriell (Pythagoras, siehe Zeichnung) zusammen.

d) Berechne die Bahngeschwindigkeit am Auftreffpunkt mit Hilfe eines Energieansatzes wie in der 8. Klasse.
Die Übereinstimmung der Ergebnisse zeigt, dass die Energieformeln und die Bewegungsgleichungen kompatibel miteinander sind. Sie beschreiben ja auch den gleichen Vorgang.

Berechnung der Bahngeschwindigkeit mit Energieansatz:

$E_{nachher} = E_{vorher}$

$E_{kin,nach} = E_{kin,vor} + E_h$

$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh \quad | \cdot 2 \; | : m$

$v^2 = v_0^2 + 2gh$

$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$

$= \sqrt{(50 \frac{m}{s})^2 + 2 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 44 m}$

$= \underline{\underline{58 \frac{m}{s}}}$

Bei den meisten Sportarten erfolgt der Wurf nicht in waagrechter Richtung, sondern schräg nach oben. In dieser Aufgabe untersuchen wir, wie weit ein Abschlag des Fußballtorhüters fliegt (Berechnung ohne Luftwiderstand). **Der Abschlag erfolgt mit 108 km/h unter einem Winkel von 30° nach oben.**

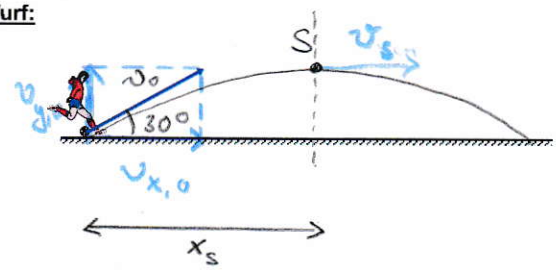
a) Berechne die Geschwindigkeitskomponenten v_{xo} und v_{yo} in diesem Moment.

b) Stelle die Gleichung $v_y(t)$ für die vertikale Geschwindigkeitskomponente auf.

c) Berechne den Zeitpunkt, an dem der Scheitel der Parabel erreicht ist.

d) Berechne den horizontalen Abstand vom Abschlag bis zum Scheitel sowie die Wurfweite bis zum Auftreffen.

Abschlag beim Fußball - schräger Wurf:



$108\ km/h = 30\ m/s$

a) $v_{y0} = v_0 \cdot \sin\alpha$

$= 30\frac{m}{s} \cdot \sin 30°$

$= 15\frac{m}{s}$

$v_{x0} = v_0 \cdot \cos\alpha$

$= 30\frac{m}{s} \cdot \cos 30° = 26\frac{m}{s}$

b) $v_y(t) = -gt + v_{y0}$ Bewegung mit Anfangsgeschw. v_0!

c) Scheitel: $v_y(t) \overset{!}{=} 0$

$-gt + v_{y0} = 0 \quad | +gt$

$v_{y0} = gt \quad | :g$

$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{15\frac{m}{s}}{9{,}81\frac{m}{s^2}} = 1{,}5\ s$

d) $x(t) = v_{x0} \cdot t$

$x_s = 26\frac{m}{s} \cdot 1{,}5\ s = 40\ m$ $(39\ m)$

Wurfweite: $2 \cdot x_s = 80\ m$

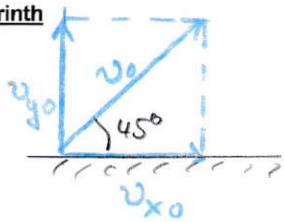
(Symmetrie!)

Einen spektakulären Stunt zeigte ein Stuntman, als er mit seinem Motorrad über den Kanal von Korinth sprang. Das ist ein tiefer Kanal für die Binnenschiffahrt in Griechenland.

Der mutige Fahrer erreicht die eigens dafür aufgebaute Rampe (Winkel 45°) mit einer Absprunggeschwindigkeit von 125 km/h. Berechne Flugdauer und Sprungweite. (Du kannst die Aufgabe in Teilaufgaben a) bis d) splitten wie beim Fußball)

Hinweis: Der Kanal ist 85 m breit!

Training: Motocross-Sprung Kanal von Korinth



$125\ km/h = 35\ m/s$

a) $v_{y,0} = v_0 \cdot \sin\alpha$

$= 35\frac{m}{s} \cdot \sin 45° = 25\frac{m}{s}$

$v_{x,0} = v_0 \cdot \cos 45° = 25\frac{m}{s}$

b) $v_y(t) = -gt + v_{y0}$

c) Scheitel: $-gt + v_{y0} = 0$

$v_{y0} = gt$

$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{25\frac{m}{s}}{9{,}81\frac{m}{s^2}} = 2{,}5\ s$

d) $x_s = 25\frac{m}{s} \cdot 2{,}5\ s = 62{,}5\ m$

Sprungweite: $2 \cdot 62{,}5\ m = 125\ m$

Selbst-Check:
- **Geschwindigkeitsvektor**
- **Geschwindigkeitskomponenten**
- **Auftreffwinkel**
- **Bahngeschwindigkeit**
- **schräger Wurf**

Übungsmöglichkeiten:

Passende Aufgaben finden sich auf Leifiphysik unter Teilgebiet Mechanik - Waagrechter und schräger Wurf - Schräger Wurf. Entsprechend dem Anspruchsniveau dieses Kapitels sind die schon alle schwer (rot).