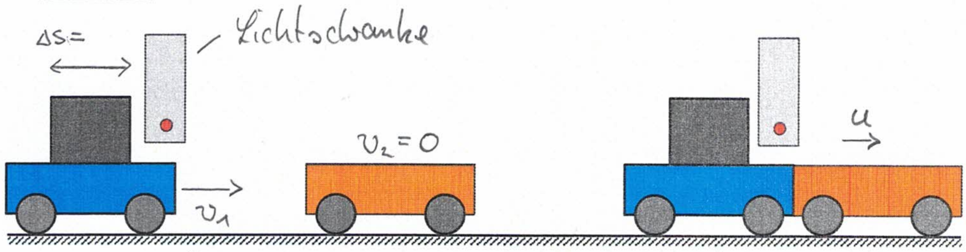
Auffahrunfälle führen täglich zu Verletzten im Straßenverkehr. In diesem Kapitel entwickeln wir die Physik zur Analyse dieser Unfälle.

3. Impuls

3.1 Unelastischer Stoß

Experiment



Im Experiment prallt ein bewegtes Fahrzeug auf ein stehendes. Eine Vorrichtung sorgt dafür, dass sich beide dabei verhaken und sich gemeinsam weiterbewegen. ***Bestimme die Geschwindigkeiten vor und nach der Kollision und vergleiche die kinetischen Energien vorher und nachher (zur besseren Unterscheidung nennen wir die Geschwindigkeit <u>nach</u> der Kollision nicht v, sondern u).***

vor der Kollision:

$$v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$E_{vorh} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \dots$$

nach der Kollision:

$$u = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$E_{nachher} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot u^2 = \dots$$

Ergebnis:

Beim unelastischen Stoß ist die kinetische Energie ....nicht erhalten.... .

Eine Analyse solcher Vorgänge ist deshalb mit Hilfe einer Energierechnung ....nicht möglich.... .

Wir benötigen ....ein anderes.... physikalisches Verfahren.

Begriff:

"(Vollkommen) unelastischer Stoß" bedeutet, dass beide Fahrzeuge nach der Kollision aneinander haften bleiben.

Vergleiche die Massen, die vor und nach der Kollision in Bewegung sind, sowie die jeweiligen Geschwindigkeiten. Finde einen Zusammenhang.

Weitere Analyse des Experiments

Nach dem Stoß bewegt sich ....die doppelte.... Masse mit der ....halben.... Geschwindigkeit. Also ist das ....Produkt.... aus Masse und Geschwindigkeit ....konstant.... .

Definition: $\boxed{p = m \cdot v}$ heißt Impuls

Der Impulserhaltungssatz ist ein außerordentlich starkes Werkzeug, da der mechanische Impuls auch dann erhalten bleibt, wenn der Energieerhaltungssatz nicht anwendbar ist, da sich z.B. die Verformungsenergie der Berechnung entzieht (wie im Experiment).

Gesetz der Impulserhaltung:

Der Gesamtimpuls eines Systems ....bleibt erhalten.... .

Vollständige Modellierung des Experiments:

$$p_{vorher} = p_{nachher}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 u_1 + m_2 \cdot u_2$$

$u_1 = u_2 = u$ gemeinsame Geschwindigkeit

$$v_2 = 0 \longrightarrow m_1 \cdot v_1 = m_1 u + m_2 u$$

$$m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$u = \dots$$

in Übereinstimmung mit Messwert

Tipp:
Der Gesamtimpuls ergibt sich stets aus der Summe der Teilimpulse der beteiligten Massen (analog zur Gesamtenergie).

Durch Beladung der Fahrzeuge können wir deren Massen im Experiment verändern.

a) Wir verdoppeln die Masse der bewegten Fahrzeuges, die Masse des stehenden bleibt gleich. ***Entwickle einen Term für die resultierende Endgeschwindigkeit und prüfe diesen durch Vergleich mit den Messwerten.***

b) Wir verdoppeln die Masse der stehenden Fahrzeuges, die Masse des bewegten bleibt gleich. ***Entwickle einen Term für die resultierende Endgeschwindigkeit und prüfe diesen durch Vergleich mit den Messwerten.***

c) Diskutiere die Bedeutung der Ergebnisse für das Szenario "Lastwagen fährt auf Stauende auf".

Variation des Experiments:

a) $p_{vorh.} = p_{nachh.}$

$m_1 v_1 + \cancel{m_2 v_2} = m_1 u_1 + m_2 u_2$ $\qquad u_1 = u_2 = u$

$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot u$ $\qquad m_1 = 2m, m_2 = m$

$2m \cdot v_1 = (2m + m) \cdot u$

$u = \frac{2m}{3m} \cdot v_1 = \frac{2}{3} v_1$

$\Delta t_1 = \ldots \rightarrow v_1 = \ldots \rightarrow u = \ldots$

exp.: $u = \ldots$

b) $p_{vorh.} = p_{nachh.}$

$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)\, u$ $\qquad m_1 = m, m_2 = 2m$

$m v_1 = (m + 2m) \cdot u$

$u = \frac{m}{3m} \cdot v_1 = \frac{1}{3} v_1$

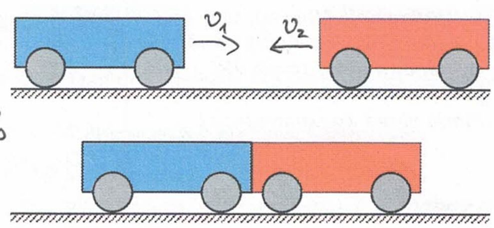
$\Delta t_1 = \ldots \quad v_1 = \ldots \rightarrow u = \ldots$

exp.: $u = \ldots$

c) Fährt das schwerere Fahrzeug auf (a), so wird das leichtere Fahrzeug erheblich stärker beschleunigt
→ Unfallfolgen schlimmer

Im Experiment bewegen wir zwei gleiche Fahrzeuge aufeinander zu und lassen sie mit ungefähr gleichen Geschwindigkeiten aufeinanderprallen.
a) Beschreibe Deine Beobachtung. Warum scheint die Impulserhaltung hier nicht zu gelten?
b) Modelliere die Kollision wieder mit einem Impulsansatz. Berücksichtige dabei die unterschiedlichen Bewegungsrichtungen durch geeignete Vorzeichen.

Richtungseigenschaft des Impulses



a) Die kollidierten Fahrzeuge bleiben stehen, der Impuls scheint verschwunden.

b) $p_{vorh} = p_{nachh.}$

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$ $\qquad v_1 = v, v_2 = -v$

$m_1 v + m_2 (-v) = (m_1 + m_2) \cdot u$ $\qquad m_1 = m_2 = m$

$m v - m v = 2m \cdot u$

Gesamtimpuls vor der Kollision war bereits 0, da Impuls eine Richtung hat (Vorzeichen!)

$0 = 2m \cdot u$

$u = \frac{0}{2m} = \underline{\underline{0}}$

Selbst-Check:
- **Energie beim unelastischen Stoß**
- **Definition Impuls**
- **Impulserhaltung**
- **Berechnung mit Impulsansatz**
- **Richtung des Impulses**

Übungsmöglichkeiten:

Auf Leifiphysik findest Du ein paar Aufgaben zu diesem Thema unter Teilgebiet Mechanik - Impulserhaltung und Stöße - Zentraler vollkommen unelastischer Stoß bei Übungsaufgaben, die leichten (grünen) reichen, das Quiz können wir noch nicht.

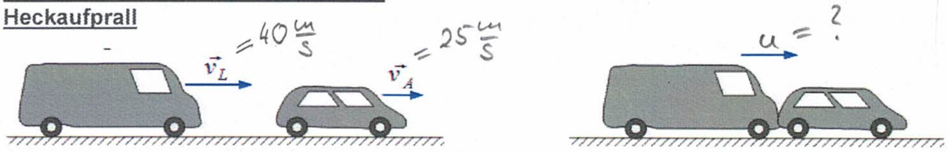
Groß ausdrucken !!

3.2 Analyse von Autounfällen

Heckaufprall

Dieses Szenario ist typisch für Autobahnunfälle: ein schneller Kleinlaster (m_L = 4,0 t, v_L = 144 km/h) fährt auf ein langsames Auto (m_A = 1,0 t, v_A = 90 km/h) auf, das z.B. für ein Überholmanöver gerade die Spur gewechselt hat.

a) Berechne die gemeinsame Geschwindigkeit u der Fahrzeuge nach der Kollision.
b) Ermittle die Geschwindigkeitsänderungen Δv_1 und Δv_2 der beiden Fahrzeuge während der Kollision.
c) Berechne die Beschleunigungen, die in beiden Fahrzeugen wirken, wenn der Aufprall 0,1 s dauert.
d) Berechne die Kräfte, die auf die Fahrzeuglenker wirken (jeweils m = 80 kg) und diskutiere das Ergebnis.
e) Vergleiche die Wirkung von Sicherheitseinrichtungen in den beiden Fahrzeugen.



a)
$$p_{vorher} = p_{nachher}$$
$$m_L v_L + m_A v_A = (m_L + m_A)\cdot u \quad |:(m_L + m_A)$$
$$u = \frac{m_L v_L + m_A v_A}{m_L + m_A} = \frac{4000\,kg \cdot 40\,m/s + 1000\,kg \cdot 25\,\frac{m}{s}}{5000\,kg} = \underline{\underline{37\,\frac{m}{s}}}$$

b)
$$\Delta v_1 = 37\,\frac{m}{s} - 40\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{-3{,}0\,\frac{m}{s}}}$$
$$\Delta v_2 = 37\,\frac{m}{s} - 25\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{12\,\frac{m}{s}}}$$

c)
$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{-3\,\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{\underline{-30\,\frac{m}{s^2}}} \qquad a_2 = \frac{12\,\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{\underline{120\,\frac{m}{s^2}}}$$

d)
$$F_1 = m_1 \cdot a_1 = 80\,kg \cdot \left|-30\,\frac{m}{s^2}\right| = \underline{\underline{2400\,N}} = 2{,}4\,kN \qquad F_2 = 80\,kg \cdot 120\,\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{9600\,N}} = 9{,}6\,kN$$

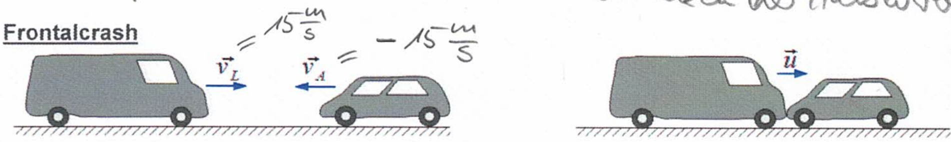
Auf den Fahrer des leichten Autos wirkt eine 4-mal so große Kraft → Verletzungen erheblich schlimmer.

e) Der Fahrer im Kleinlaster wird durch Gurt und Airbag abgebremst, diese verhindern Aufprall auf Armaturenbrett. Der Fahrer des Autos wird durch die Sitzlehne beschleunigt, die Kopfstütze verhindert das Abknicken der Halswirbelsäule.

Frontalcrash

Dieses Szenario ist typisch für Landstraßen: ein Laster (m_L = 4,0 t) kollidiert beim Überholen frontal mit einem entgegenkommenden Auto (m_A = 1,0 t). Beide können vor der Kollision noch auf 54 km/h abbremsen.

a) Berechne die gemeinsame Geschwindigkeit u der Fahrzeuge nach der Kollision.
b) Ermittle die Geschwindigkeitsänderungen Δv_1 und Δv_2 der beiden Fahrzeuge während der Kollision.
c) Berechne die Beschleunigungen, die in beiden Fahrzeugen wirken, wenn der Aufprall 0,1 s dauert.
d) Berechne die Kräfte, die auf die Fahrzeuglenker wirken (jeweils m = 80 kg) und diskutiere das Ergebnis. Vergleiche die Unfallfolgen auch mit dem Heckaufprall.
e) Vergleiche die Wirkung von Sicherheitseinrichtungen in den Fahrzeugen.



a)
$$p_{vorher} = p_{nachher}$$
$$m_L v_L + m_A v_A = (m_L + m_A)\cdot u \quad |:(m_L + m_A)$$
$$u = \frac{m_L v_L + m_A v_A}{m_L + m_A} = \frac{4000\,kg \cdot 15\,\frac{m}{s} - 1000\,kg \cdot 15\,\frac{m}{s}}{5000\,kg} = \underline{\underline{9{,}0\,\frac{m}{s}}}$$

b)
$$\Delta v_1 = 9\,\frac{m}{s} - 15\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{-6{,}0\,\frac{m}{s}}} \qquad \Delta v_2 = 9\,\frac{m}{s} - \left(-15\,\frac{m}{s}\right) = \underline{\underline{24\,\frac{m}{s}}}$$

c)
$$a_1 = \frac{-6{,}0\,\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{\underline{-60\,\frac{m}{s^2}}} \qquad a_2 = \frac{24\,\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{\underline{240\,\frac{m}{s^2}}}$$

d)
$$F_1 = m_1 \cdot a_1 = 80\,kg \cdot \left|-60\,\frac{m}{s^2}\right| = 4800\,N = \underline{\underline{4{,}8\,kN}} \qquad F_2 = 80\,kg \cdot \left|240\,\frac{m}{s^2}\right| = 19200\,N = \underline{\underline{19{,}2\,kN}}$$

Auf die Fahrer wirken doppelt so große Kräfte wie im 1. Beispiel, obwohl die Kollision bei erheblich kleineren Geschwindigkeiten erfolgt. Die ungleiche Verteilung bleibt erhalten, die Unfallfolgen für den Fahrer des leichten Pkw sind erheblich schlimmer.

e) Bei beiden verhindern Gurt und Airbag das Aufschlagen auf dem Armaturenbrett.

Berechne für beide Szenarien die kinetischen Energien vor und nach der Kollision sowie den Differenzbetrag. Interpretiere die Ergebnisse im Hinblick auf die Unfallfolgen bei den unterschiedlichen Unfallszenarien.

Energiebetrachtung:

Heckaufprall: $E_{kin\,L} + E_{kin\,A} = \frac{1}{2} m_L v_L^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 4000\,kg \cdot (40\,\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2} \cdot 1000\,kg \cdot (25\,\frac{m}{s})^2$

$= \underline{3.512.500\,J}$

$E_{kin,nach} = \frac{1}{2}(m_L + m_A) \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot 5000\,kg \cdot (37\,\frac{m}{s})^2 = \underline{3.422.500\,J}$

$\Delta E = 3.512.500\,J - 3.422.500\,J = 90.000\,J = \underline{90\,kJ}$

Die Beobachtung, dass die Unfallfolgen asymmetrisch verteilt sind, führte 2009 mit einem Crashtest zu einem Medienhype, wurde aber nicht von der Politik aufgegriffen und verschwand schnell wieder von der Bildfläche. Im Hinblick auf das stark wachsende Segment schwerer SUV ist der Zusammenhang aber äußert brisant.

Frontalcrash: $E_{kin\,L} + E_{kin\,A} = \frac{1}{2} m_L v_L^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 4000\,kg \cdot (15\,\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2} \cdot 1000\,kg \cdot (-15\,\frac{m}{s})^2$

$= \underline{562.500\,J}$

$E_{kin,nach} = \frac{1}{2}(m_L + m_A) \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot 5000\,kg \cdot (9\,\frac{m}{s})^2 = 202.500\,J$

$\Delta E = 562.500\,J - 202.500\,J = 360.000\,J = \underline{360\,kJ}$

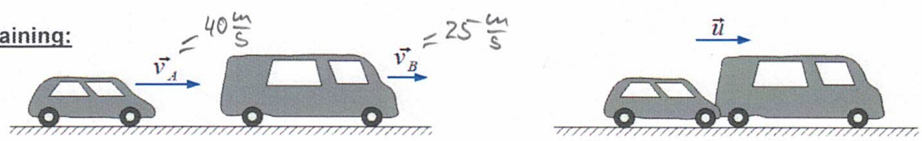
viermal soviel Energie wie beim Heckaufprall trotz kleiner Geschwindigkeit

Ergebnisse:

Kollidieren Fahrzeuge mit entgegengesetzten Fahrtrichtungen (frontal), so wird ....erheblich mehr.... Energie umgesetzt als bei Auffahrunfällen mit gleicher Fahrtrichtung (Heckaufprall). Die umgesetzte Energie führt insbesondere zur ....Verformung.... der Fahrzeuge. In allen Situationen verschieben sich die Auswirkungen zum ....leichteren.... Fahrzeug hin, zugunsten des ....schwereren.... .

Im diesem Beispiel sind die Rollen der Fahrzeuge beim Heckaufprall vertauscht, auf der Autobahn fährt ein schnelles Auto (m_A = 1,0 t, v_A = 144 km/h) auf einen langsamen Kleinlaster auf (m_L = 4,0 t, v_L = 90 km/h). Wiederhole für dieses Beispiel die Bearbeitungsschritte aus dem ersten Beispiel und vergleiche.

Training:



a) $p_{vorh} = p_{nach}$

$m_A \cdot v_A + m_L \cdot v_L = (m_A + m_L) \cdot u \quad |:(m_A + m_L)$

$u = \frac{m_A v_A + m_L v_L}{m_A + m_L}$

$= \frac{1000\,kg \cdot 40\,\frac{m}{s} + 4000\,kg \cdot 25\,\frac{m}{s}}{1000\,kg + 4000\,kg} = \underline{\underline{28\,\frac{m}{s}}}$

b) $\Delta v_1 = 28\,\frac{m}{s} - 40\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{-12\,\frac{m}{s}}}$ $\quad \Delta v_2 = 28\,\frac{m}{s} - 25\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{3\,\frac{m}{s}}}$

c) $a_1 = \frac{-12\,\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{\underline{-120\,\frac{m}{s^2}}}$ $\quad a_2 = \frac{3\,\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{\underline{30\,\frac{m}{s^2}}}$

d) $F_1 = 80\,kg \cdot |-120\,\frac{m}{s^2}| = \underline{\underline{9{,}6\,kN}}$ $\quad F_2 = 80\,kg \cdot |30\,\frac{m}{s^2}| = \underline{\underline{2{,}4\,kN}}$

Unfallfolgen wieder für Pkw-Lenker schlimmer

e) Pkw: Gurt, Airbag Kleinlaster: Sitzlehne, Kopfstütze

Selbst-Check:
- **Heckaufprall und Frontalcrash**
- **Verteilung der Unfallfolgen nach Masse**
- **Energieumsetzung bei Unfällen**

Übungsmöglichkeiten:

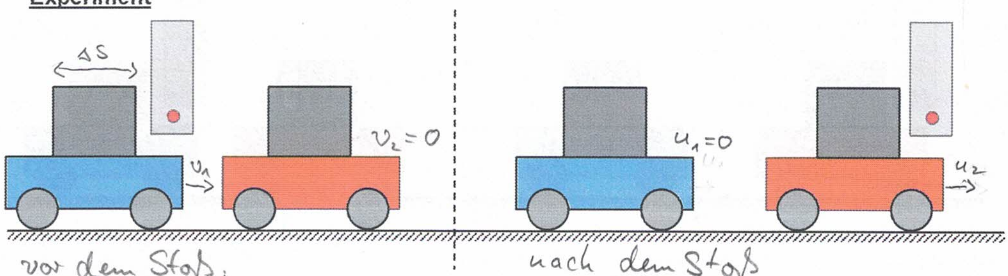
Auf Leifiphysik bieten sich im gleichen Bereich wie im vorigen Kapitel unter Teilgebiet Mechanik - Impulserhaltung und Stöße - Zentraler vollkommen unelastischer Stoß insbesondere die Aufgaben "Auffahrunfall" und "Autozusammenstoß" passend zum Thema an.

groß ausdrucken!

3.3 Elastischer Stoß

Experiment

Vermutlich hast Du Dich schon gefragt, was passiert, wenn sich die Fahrzeuge nach der Kollision wieder voneinander lösen. Im Experiment erzeugen wir das andere Extrem der Kollisionstypen durch einen perfekt federnden Gummipuffer, das führt dann zum elastischen Stoß. ***Bestimme die Geschwindigkeiten vor und nach der Kollision und vergleiche die Impulse sowie die kinetischen Energien vorher und nachher (zur besseren Unterscheidung nennen wir die Geschwindigkeit nach der Kollision nicht v, sondern u).***



vor dem Stoß:

$v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} = \frac{0{,}025\,m}{\dots} = \dots$

$p_{vorh.} = m_1 \cdot v_1$

$= 0{,}195\,kg \cdot \dots$

$= \dots$

$E_{kin,vorh} = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 0{,}195\,kg \cdot (\quad)^2 =$

nach dem Stoß

$u_1 = 0, \; u_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t_2} = \dots$

$p_{nachh.} = m_2 \cdot u_2$

$= 0{,}195\,kg \cdot \dots$

$= \dots$

$E_{kin,nachh} = \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 0{,}195\,kg \cdot (\quad)^2 =$

Begriff:

"(Vollkommen) elastischer Stoß" bedeutet einfach, dass die kinetische Gesamtenergie bei der Kollision erhalten bleibt. Dabei braucht die Stoßfläche nicht elastisch sein.

Ergebnis:

Beim elastischen Stoß ist die kinetische Gesamtenergie ....erhalten.... ,

der Gesamtimpuls ....natürlich auch.... .

Energieansatz und Impulsansatz ....sind anwendbar.... .

Wir versuchen nun, den Versuchsausgang durch Rechnen vorherzusagen.
a) Beschreibe das gewählte Szenario mathematisch.
b) Erstelle einen Impulsansatz und vereinfache. Warum ist eine Berechnung nicht möglich?
c) Erstelle einen Energieansatz und vereinfache.
d) Kombiniere die beiden Ansätze und berechne Lösungen.
e) Interpretiere die Lösungen.
Führt man diese Rechnung allgemein durch (verschiedene Massen, beide Fahrzeuge in Bewegung), so erhält man diese Formeln.

Mathematische Modellierung des Experiments:

a) $m_1 = m_2 = m \;, \quad v_2 = 0 \quad$ (2. Wagen steht)

b) $p_{vorh} = p_{nachh}$

$m \cdot v_1 + \cancel{m \cdot v_2} = m \cdot u_1 + m \cdot u_2 \quad | :m \qquad v_2 = 0$

$v_1 = u_1 + u_2 \qquad$ 2 Unbekannte u_1, u_2 !

c) $E_{kin,vorh} = E_{kin,nach}$

$\frac{1}{2} m v_1^2 + \cancel{\frac{1}{2} m v_2^2} = \frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} m u_2^2 \quad | \cdot 2 \,|:m$

$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2 \qquad$ 2 Unbekannte u_1, u_2 !

d) $v_1^2 = (u_1 + u_2)^2 = u_1^2 + 2u_1u_2 + u_2^2$

Subtraktion: $0 = 2u_1u_2$

mit $v_1 = u_1 + u_2 \longrightarrow \quad u_1 = 0 \quad$ oder $\quad (u_2 = 0 \;\downarrow\; u_1 = v_1)$ – Wagen 2 wurde nicht getroffen, Wagen 1 fährt weiter

$\downarrow$

$u_2 = v_1$

wie im Experiment

$$u_1 = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \qquad u_2 = \frac{m_2 \cdot v_2 + m_1 \cdot (2v_1 - v_2)}{m_2 + m_1}$$

Hier modellieren wir mal den Auffahrunfall aus Kapitel 3.2 mit dem elastischen Stoß. Ein Kleinlaster (m_L = 4,0 t, v_L = 144 km/h) fährt auf ein langsames Auto (m_A = 1,0 t, v_A = 90 km/h).

a) Berechne die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 nach der Kollision. Was fällt Dir auf?

b) Ermittle die Geschwindigkeitsänderungen Δv_1 und Δv_2 während der Kollision.

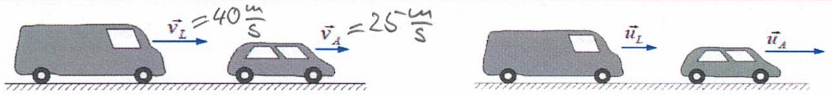
c) Berechne die Beschleunigungen, die in beiden Fahrzeugen wirken, wenn der Aufprall 0,1 s dauert.

d) Berechne die Kräfte, die auf die Fahrzeuglenker (jeweils m = 80 kg) wirken. Nimm Stellung zur Idee, Karosserien elastisch (aus Gummi) zu bauen.

Tatsächlich liegen die Kollisionen von Fahrzeugen irgendwo zwischen dem vollkommen elastischen und dem vollkommen unelastischen Stoß.

Anwendung auf den Auffahrunfall (Kapitel 3.2):

$$\boxed{u_1 = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \qquad u_2 = \frac{m_2 \cdot v_2 + m_1 \cdot (2v_1 - v_2)}{m_2 + m_1}}$$



a) $u_L = \frac{m_L v_L + m_A(2v_A - v_L)}{m_L + m_A} = \frac{4000\,kg \cdot 40\frac{m}{s} + 1000\,kg \cdot 10\frac{m}{s}}{5000\,kg} = \underline{\underline{34\frac{m}{s}}}$

$u_A = \frac{m_A v_A + m_L(2v_L - v_A)}{m_A + m_L} = \frac{1000\,kg \cdot 25\frac{m}{s} + 4000\,kg \cdot 55\frac{m}{s}}{1000\,kg + 4000\,kg} = \underline{\underline{49\frac{m}{s}}}$

Das Auto wird schneller als die Geschwindigkeiten vorher!

b) $\Delta v_L = -6\frac{m}{s}$, $\Delta v_A = +24\frac{m}{s}$

c) $a_L = \frac{\Delta v_L}{\Delta t} = \frac{-6\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{-60\frac{m}{s^2}}$ $\qquad a_A = \frac{24\frac{m}{s}}{0{,}1\,s} = \underline{240\frac{m}{s^2}}$

d) $F_L = m \cdot a_L = 80\,kg \cdot |-60\frac{m}{s^2}| = \underline{4{,}8\,kN}$ $\qquad F_A = 80\,kg \cdot 240\frac{m}{s^2} = \underline{19{,}2k}$

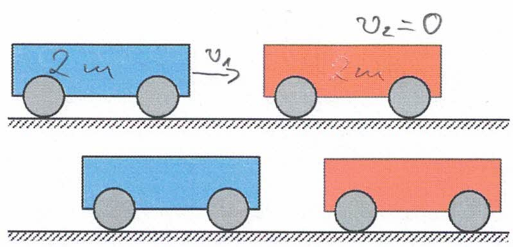
Die Kräfte, die während der Kollision auf die Fahrer wirken, sind doppelt so groß wie im unelastischen Fall. Karosserien aus Gummi würden also für die Personen im Innenraum zu größeren Verletzungen führen. Die Unfallfolgen sind wie im unelastischen Fall asymmetrisch verteilt (große Masse → kleine Kraft, kleine Masse → große Kraft)

Ein Wagen mit doppelter Masse stößt auf einen ruhenden Wagen mit einfacher Masse.

a) Vereinfache die Formeln für die resultierenden Geschwindigkeiten u_1 und u_2.

b) Vergleiche die Messwerte mit der Vorhersage.

Das Beschleunigungsparadoxon:



a) $u_1 = \frac{2m v_1 + m(-v_1)}{2m + m} = \frac{m v_1}{3m} = \underline{\underline{\frac{v_1}{3}}}$

$u_2 = \frac{m \cdot 0 + 2m(2v_1 - 0)}{m + 2m} = \frac{4m v_1}{3m} = \underline{\underline{\frac{4}{3}v_1}}$

leichter Wagen wird schneller!

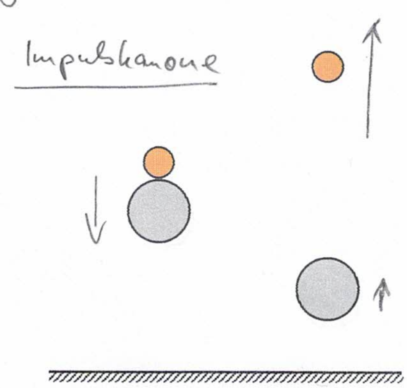
b) $v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} = \ldots$

$u_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t_2} = \ldots$

$u_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t_3} = \ldots$

in Übereinstimmung mit a)

Den erstaunlichen Effekt, dass das ruhende leichte Fahrzeug schneller wird als das auffahrende war, nutzt man in der „Impulskanone".



Selbst-Check:
- **Energie und Impuls beim elastischen Stoß**
- **Stoßformeln**
- **Anwendung auf Unfälle**
- **Beschleunigungsparadoxon**

Übungsmöglichkeiten:

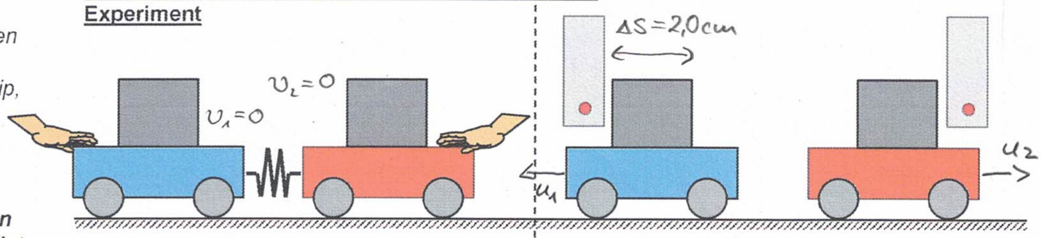
Die Aufgaben auf Leifiphysik hierzu finden sich logischerweise über Teilgebiet Mechanik - Impulserhaltung und Stöße - Zentraler elastischer Stoß. Die leichten (grünen) sind rechentechnisch auch schon aufwändiger, weil der elastische Stoß komplizierter ist. Jetzt geht auch das angegebene Quiz zu Stößen!

In diesem Kapitel befassen wir uns noch mit ein paar unterschiedlichen Anwendungen des Impulskonzepts. Zunächst geht es um das Rückstoßprinzip, das insbesondere für den Raketenantrieb von zentraler Bedeutung ist.

Wir drücken eine Feder zusammen, die sich zwischen zwei ruhenden Wagen befindet, und lassen dann los. Bestimme die Geschwindigkeiten vor und nach der Kollision und vergleiche die Impulse vorher und nachher. Wiederhole das Experiment mit verschiedenen Massen.

3.4 Rückstoßprinzip und Raketentechnik

Experiment



vorher:

$p_1 = m_1 v_1 = m_1 \cdot 0 = 0$

$p_2 = m_2 \cdot v_2 = m_2 \cdot 0 = 0$

$p_{vorh.} = 0 + 0 = 0$

nachher:

$u_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} = \frac{0{,}02\,m}{\dots} = \dots$

$u_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t_2} = \frac{0{,}02\,m}{\dots} = \dots$

$p_1 = m_1 u_1 = 0{,}195\,kg \cdot (-\dots) = \dots$

$p_2 = m_2 u_2 = 0{,}195\,kg \cdot \dots = \dots$

$p_{nachh} = 0$

$m_1 = 2m$: vorh.

$p_1 = 0 \quad p_2 = 0$

$p_{ges} = 0$

nachher $u_1 = \dots$

$u_2 = \dots$

$p_1 =$

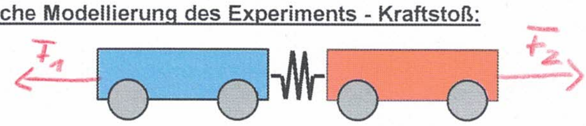
$p_2 =$

Ergebnis:

In diesem Experiment sind die entstehenden Teilimpulse stets gleich groß und entgegengesetzt gerichtet.

In diesem Abschnitt analysieren wir den Vorgang aus dem Experiment mathematisch. Das machen wir gemeinsam. Ausgangspunkt ist das Wechselwirkungsprinzip von Newton.

Mathematische Modellierung des Experiments - Kraftstoß:



$F_1 = -F_2$

$m_1 a_1 = -m_1 a_2$

$m_1 \cdot \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = -m_2 \cdot \frac{\Delta v_2}{\Delta t} \quad | \cdot \Delta t$

$m_1 \cdot \Delta v_1 = -m_2 \cdot \Delta v_2$

$\Delta p_1 = -\Delta p_2$

Einwirkdauer Δt für beide gleich!

Erläutere den Zusammenhang zwischen dem Ergebnis des mathematischen Modells und den Messungen im Experiment.

in unserem Fall $p_{1,nachher} = -p_{2,nachher}$, da die Teilimpulse vorher beide 0 waren

Die mathematische Modellierung führt zu einem neuen Begriff, dem Kraftstoß. Weitreichende Folgen hat der Zusammenhang zwischen Kraftstoß und Impulsänderung, der sich hier ergibt.

Verfolgt man die linke Seite von oben nach unten, so erhält man

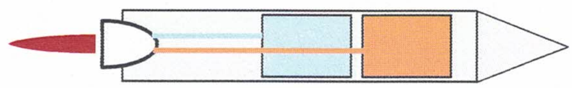
$\boxed{\underbrace{F \cdot \Delta t}_{\text{Kraftstoß}} = \Delta p}$ „Kraftstoß = Impulsänderung"

Der Antrieb von Raketen beruht genau auf diesem Rückstoßprinzip. Deshalb funktioniert er auch ohne ein umgebendes Medium im All.

Die Saturn V, die bei den Mondmissionen verwendet wurde, hatte eine Startmasse von etwa 3000 t, wobei etwa 2000 t davon auf den Treibstoff in Stufe 1 entfielen. Der Startschub betrug 34 MN, die Abgasgeschwindigkeit 3000 m/s. Berechne die Abgasmasse, die pro s ausgestoßen wurde, die Startbeschleunigung und die Brenndauer von Stufe 1.

Anwendung: Raketentechnik

F_{Abgas} F_{Schub}



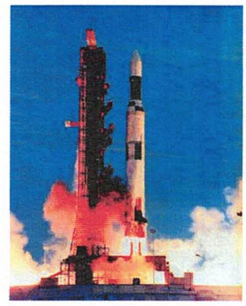


Abb. aus wikipedia.de

$$F \cdot \Delta t = \Delta p$$

$$F \cdot \Delta t = \Delta m_{Abgas} \cdot v_{Abgas} \quad |: v_{Abgas} \; |:\Delta t$$

$$\frac{F}{v_{Abgas}} = \frac{\Delta m_{Abgas}}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta m_{Abgas}}{\Delta t} = \frac{34 \cdot 10^6 \, kg \frac{m}{s^2}}{3000 \, \frac{m}{s}} = 11.333 \frac{kg}{s} = 11 \frac{t}{s}$$

Brenndauer: $t = \frac{2000 \, t}{11 \frac{t}{s}} = 176 \, s = 2{,}9 \, min$

Startbeschleunigung:

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{34 \cdot 10^6 \, N}{3 \cdot 10^6 \, kg} = 11{,}3 \frac{m}{s^2} > 9{,}81 \frac{m}{s^2}$$

Warum macht es einen Unterschied, ob man die Wasserrakete nur mit Luft oder teilweise mit Wasser befüllt?

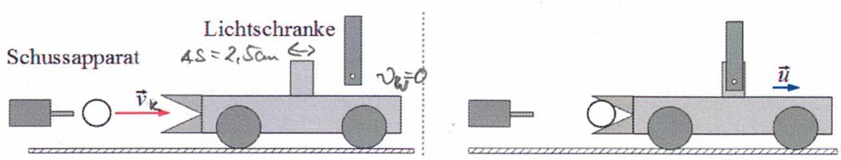
Abb. aus wikipedia.de

Ausströmende Luft ist sehr leicht → geringer Rückstoß
ausströmendes Wasser ist schwer → großer Rückstoß

Dieses Experiment gehört eigentlich in das Kapitel "Unelastischer Stoß", passt aber auch hier gut zum Rückstoß und zum Verhalten von Projektilen. Wir schießen eine Kugel auf einen ruhenden Wagen ab, die in diesem stecken bleibt. Auf diese Weise ermittelt man in der KTU die Projektilgeschwindigkeit von Waffen.

Bestimme die Abschußgeschwindigkeit der Kugel aus den Messdaten.

Ballistik - Messung der Geschwindigkeit eines Projektils:



$$u = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0{,}025 m}{...} = ...$$

$$p_{vorh} = p_{nachh}$$

$$m_K v_K + \cancel{m_W v_W} = (m_K + m_W) \cdot u \qquad v_W = 0$$

$$v_K = \frac{m_K + m_W}{m_K} \cdot u$$

$$= \; ...$$

$m_K = ...$

$m_W = ...$

Rechnung basiert auf Messwerten

Selbst-Check:
- **Rückstoßprinzip**
- **Kraftstoß**
- **Raketenantrieb**
- **Ballistik**

Übungsmöglichkeiten:

Passende Aufgaben finden sich auf Leifiphysik unter Teilgebiet Mechanik - Impulserhaltung und Stöße - Rückstoßprinzip. Hier ist sowohl leicht (grün) als auch mittel (gelb) gut machbar.