

Drehbewegungen sind seit der Erfindung des Rades allgegenwärtig, sei es bei Fahrzeugen, Sportgeräten oder Maschinen.

Finde Beispiele für Drehbewegungen. Welchen Einschnitt würde eine Welt ohne Drehbewegungen für Dich bringen?

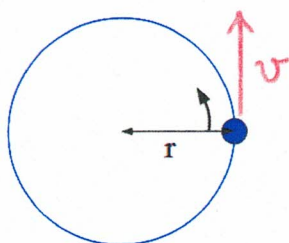
1. Drehbewegung (Rotation)

1.1 Grundbegriffe

Intro: Bedeutung der Drehbewegung

- alles, was Räder hat:
Autos, Fahrräder, Züge, Kinderwagen, ...
- Windsäcker, Turbinen in Kraftwerken und bei Flugzeugen
- CD, DVD
- Elektromotoren: Rolläden, Fensterheber, ...
- Schubladenführungen, Kugellager, ...

Festlegung:



In den von uns betrachteten Drehbewegungen bewegt sich jeder

Massenpunkt mit konstanter Geschwindigkeit v

auf einem Kreis, hat also stets gleichen Abstand r

von einem Rotationszentrum. Wir sprechen dann auch von einer

gleichförmigen Kreisbewegung

Basics: Wichtige Größen zur Beschreibung der Drehbewegung

Auf dieser Seite findest Du Definitionen und Zusammenhänge für die Größen, mit denen wir die Drehbewegung beschreiben. Das sind quasi die Grundvokabeln für dieses Kapitel.

Umlaufdauer:

Zeit für einen vollen Umlauf: T

Einheit: $[T] = 1 \text{ s}$

Frequenz:

Anzahl der Umdrehungen pro Zeit: $f = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}$

Einheit: $[f] = 1/\text{s} = 1 \text{ Hz}$

Bahngeschwindigkeit:

Wegstrecke pro Zeit (Tachoanzeige): $v = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Einheit: $[v] = \text{m/s}$

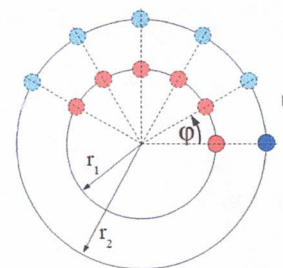
Winkelgeschwindigkeit:

Winkel pro Zeit: $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$

Einheit: $[\omega] = 1/\text{s}$

Umrechnung Gradmaß - Bogenmaß:

φ in $^\circ$	360	180	90	45	30
φ in rad	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$



Zusammenhang Bahngeschwindigkeit - Winkelgeschwindigkeit:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot r = \omega \cdot r$$

$$\boxed{v = \omega \cdot r}$$

Zusammenhang Winkelgeschwindigkeit - Frequenz:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi \cdot f$$

$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

Aus den Definitionen ergeben sich noch weitere Zusammenhänge.

Tipp:

bei Messungen wird die Genauigkeit dadurch verbessert, dass man immer mehrere Umläufe oder eine längere Zeitdauer betrachtet.

Ein Sommerreifen 215/55 R16 für einen VW Golf hat bei passendem Druck einen Durchmesser von 64 cm.

a) Berechne Umlaufdauer und Frequenz des Rades, wenn sich das Auto mit 100 km/h bewegt.

b) Berechne die Winkelgeschwindigkeit des Rades sowie den Drehwinkel in einer hundertstel Sekunde.

c) Der Drehzahlmesser zeigt 1800 U/min. Berechne die Frequenz der Motorwelle, vergleiche mit a) und nimm Stellung zur Bedeutung von Getrieben im Fahrzeugbau.

d) Bei geringem Reifendruck verringert sich der Abstand des aufliegenden Radfläches zum Radmittelpunkt. Diskutiere den Einfluss dieses Effekts auf die Tachoanzeige und schätze die Abweichung ab bei einer Einfeldung von etwa 1 cm.

Aufgabe: Autotacho

$$a) v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{0,64 \text{ m} \cdot \pi}{(100:3,6) \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,023 \text{ s} \cdot \pi = \underline{0,072 \text{ s}}$$

$$f = \frac{1}{T} = 13,826 \text{ Hz} = \underline{14 \text{ Hz}}$$

$$b) \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 13,8 \frac{1}{\text{s}} = \underline{87 \frac{1}{\text{s}}}$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \rightarrow \varphi = \omega \cdot t = 87 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,87 = 0,87 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 50^\circ$$

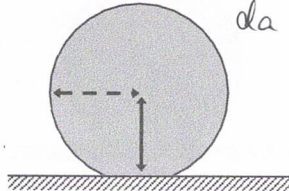
→ ungefähr $\frac{1}{8}$ einer vollen Umdreh.

$$c) 1 \text{ min} \rightarrow 1800 \text{ U}$$

$$1 \text{ s} \rightarrow 1800:60 = 30 \text{ U} \rightarrow \underline{f = 30 \text{ Hz}}$$

Zwischen Motorwelle und Rädern sitzt das Getriebe. Es erlaubt unterschiedliche Drehzahlen (um langsam oder schnell zu fahren)

d) Effektiver Radius und Wegstrecke sind dann bei gleicher Winkelgeschwindigkeit kleiner. Man fährt also langsamer während der Tacho noch die alte Geschwindigkeit zeigt, da er sich an der Winkelgeschwindigkeit orientiert.



$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{1 \text{ cm}}{32 \text{ cm}} = 3\% \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \text{ ist ebenfalls um } \underline{3\%} \text{ kleiner}$$

Claudia beobachtet an einem Windrad 40 Umdrehungen in eine Minute. Auf der Website des Betreibers ist eine Blattlänge von 50 m angegeben.

a) Berechne Umlaufdauer und Frequenz des Rotors.

b) Berechne die Winkelgeschwindigkeit sowie den Drehwinkel in 2 s.

c) Berechne die Bahngeschwindigkeit der Blattspitzen.

d) Ein Nachbar erzählt, dass er bei viel Wind den Überschallknall der Blattspitzen hört. Nimm Stellung dazu.

Anwendung: Windrad

$$a) T = \frac{60 \text{ s}}{40} = \underline{1,5 \text{ s}} \quad f = \frac{1}{T} = \underline{0,67 \text{ Hz}}$$

$$b) \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1,5 \text{ s}} = \underline{4,2 \frac{1}{\text{s}}}$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \rightarrow \varphi = \omega \cdot t = 4,2 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 8,38 = \underline{480^\circ}$$

(1 $\frac{1}{3}$ Umdrehungen)

$$c) v = \omega \cdot r = 4,2 \frac{1}{\text{s}} \cdot 50 \text{ m} = \underline{210 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

d) Die in c) berechnete Geschwindigkeit ist nicht mehr weit von der Schallgeschwindigkeit ($330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) entfernt, diese Blattgeschwindigkeit ist durchaus möglich.

Allerdings rührt der Überschallknall von der Geräuschentwicklung der Triebwerke von Flugzeugen, die gibt's hier aber nicht.

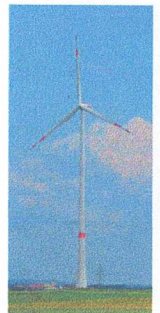


Abb. aus wikipedia.de

Selbst-Check:

- Definition gleichförmige Kreisbewegung
- Umlaufdauer und Frequenz
- Bahn- und Winkelgeschwindigkeit
- Anwendungen

Übungsmöglichkeiten:

Passende Aufgaben findest Du auf der Leifiseite unter Teilgebiet Mechanik - Kreisbewegung in den Bereichen "Umlaufdauer und Frequenz" sowie "Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit".

1.2 Zentripetalkraft

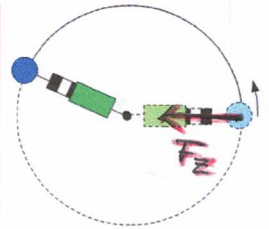
Begriff:

In einem kleinen Handexperiment stellen wir das Geschehen beim Hammerwurf (Sport) nach.

Um einen Körper auf einem Kreis zu halten, benötigt

man eine Kraft, die zum Mittelpunkt hin gerichtet ist, diese heißt Zentripetalkraft F_z .

Ohne diese Kraft bewegt sich der Körper geradlinig.



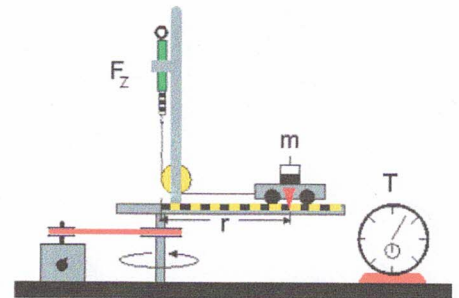
Versuchsaufbau zur Messung der Zentripetalkraft:

Die Zentripetalkraft könnte von folgenden Größen abhängen:

- Radius r
- Masse m
- Winkelgeschwindigkeit ω

Unterschiede in unserem Experiment:

- kein Motor, Drehen von Hand
- Kraftmessung mit Sensor und Datenlogger
- Messung von ω mit Lichtschranke und Datenlogger



Motor
Drehzahl variabel

Abb. aus leifphysik.de

Im Mittelpunkt dieser Stunde steht ein umfangreiches Mess-Experiment zur Untersuchung der Zentripetalkraft.

Finde Größen, die die Zentripetalkraft beeinflussen könnten!

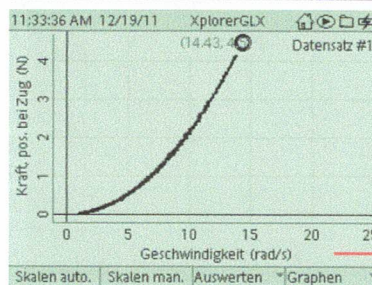
Das Bild zeigt den prinzipiellen Aufbau des Experiments.

Beschreibe Unterschiede in dem Versuchsaufbau, den wir im Unterricht verwenden!

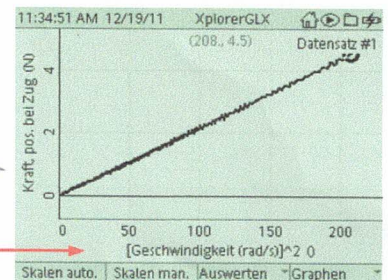
Im ersten Versuch sind $m = 100 \text{ g}$, $r = 20 \text{ cm}$.

Aufgrund der Reibung wird die rotierende Schiene immer langsamer. Auf diese Weise erhalten wir Messwerte für die Kraft für sämtliche Winkelgeschwindigkeiten. Die Messkurve hierzu ist oben links abgebildet. Ob es sich dabei tatsächlich um eine Parabel handelt, lässt sich durch Quadrieren der x-Achse überprüfen.

Kraft und Winkelgeschwindigkeit:



Quadrieren der x-Achse
 $\omega \rightarrow \omega^2$



Das Diagramm Winkelgeschwindigkeit-Kraft ergibt eine Parabel.

$$F_z \sim \omega^2$$

Kraft und Masse:

Doppelte Masse ergibt bei gleicher Winkelgeschwindigkeit die doppelte Kraft.

$$F_z \sim m$$

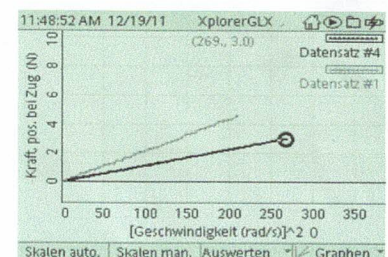
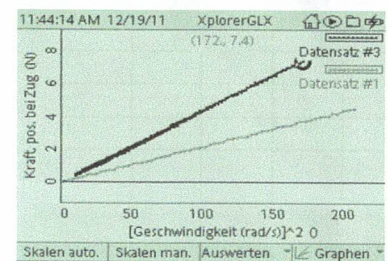
Kraft und Radius:

Halber Radius ergibt bei gleicher Winkelgeschwindigkeit die halbe Kraft.

$$F_z \sim r$$

Im Weiteren führen wir den Versuch nochmals durch, einmal mit der doppelten Masse, einmal mit halben Radius. Wir vergleichen dabei jeweils die neue Messreihe mit der ursprünglichen.

Aus einem Vergleich auf den kompletten Zusammenhang zu schließen, ist übrigens ziemlich salopp.



Die Zusammenfassung verschiedener Zusammenhänge für eine Größe ist eine ziemlich wichtige Technik, die häufig nicht bekannt ist. Man darf bei Proportionalitäten die verschiedenen Einflussgrößen einfach miteinander multiplizieren.

Zusammenfassung der Ergebnisse:

(1) $F_z \sim \omega^2$
 (2) $F_z \sim m$
 (3) $F_z \sim r$

bei $c = 1$

$$F_z \sim m \cdot \omega^2 \cdot r \rightarrow F_z = c \cdot m \omega^2 r \rightarrow \boxed{F_z = m \omega^2 r}$$

$v = \omega \cdot r \rightarrow \omega = \frac{v}{r}$ einsetzen $F_z = m \frac{v^2}{r^2} \cdot r$

$$\boxed{F_z = m \frac{v^2}{r}}$$

Aufgabenbeispiel zur Messreihe:

Berechne die Zentripetalkraft für $m = 100 \text{ g}$, $r = 20 \text{ cm}$ und $\omega = 10 \text{ rad/s}$ (gleichbedeutend zu $1/s$). Vergleiche deinen Rechenwert mit dem entsprechenden Messwert in der ersten Messkurve.

$$F_z = m \omega^2 r$$

$$= 0,1 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0,2 \text{ m} = 2,0 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 2,0 \text{ N}$$

in Übereinstimmung mit dem Diagramm

Ein Hammerwerfer innerhalb von $2,0 \text{ s}$ genau 4 Drehungen, bevor er den Hammer (Massestück an Schnur) loslässt ($m = 7,25 \text{ kg}$, $r = 1,2 \text{ m}$).

a) Berechne Umlaufdauer und Frequenz des Hammerwerfers in dieser Phase.

b) Berechne Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit des Hammers.

c) Berechne die Zentripetalkraft des Werfers.

d) Erläutere, weshalb Damen mit einem deutlich leichteren Hammer werfen und die Weltrekordweite bei Damen und Herren ungefähr gleich ist.

Anwendung: Hammerwerfer

a) $T = \frac{2,0 \text{ s}}{4} = 0,5 \text{ s}$ $f = \frac{4}{2 \text{ s}} = 2 \frac{1}{s}$

b) $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 2 \frac{1}{s} = 4\pi \frac{1}{s} = 12,6 \frac{1}{s}$

$v = \omega \cdot r = 4\pi \frac{1}{s} \cdot 1,2 \text{ m} = 4,8\pi \frac{\text{m}}{s} = 15 \frac{\text{m}}{s}$

c) $F_z = m \frac{v^2}{r} = 7,25 \text{ kg} \cdot \frac{\left(15 \frac{\text{m}}{s}\right)^2}{1,2 \text{ m}} = 1374 \text{ N} = 1,4 \text{ kN}$

(entspricht 137 kg Gewicht)

d) Da die Damen weniger Kraft aufbringen können, wird dies durch eine kleinere Masse kompensiert ($F_z \sim m$). Dadurch ist eine etwa gleich große Abwurfgeschwindigkeit möglich, wodurch der Hammer auch etwa gleich weit fliegt.

Selbst-Check:

- Zentripetalkraft
- Versuchsprinzip
- Versuchsergebnisse
- Formel und Berechnungen

Übungsmöglichkeiten:

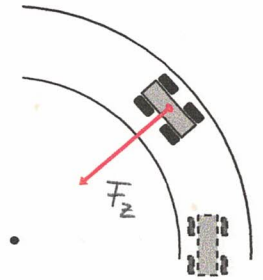
Zu dieser Unterrichtseinheit findest Du viele passende Aufgaben auf Leifiphysik unter Teilgebiet Mechanik - Kreisbewegung - Kreisdynamik, z.B. "Erddrehung" oder "Kugel an Schnur".

Autofahren geht nicht ohne Kurven!

1.3 Wie fährt man eine Kurve?

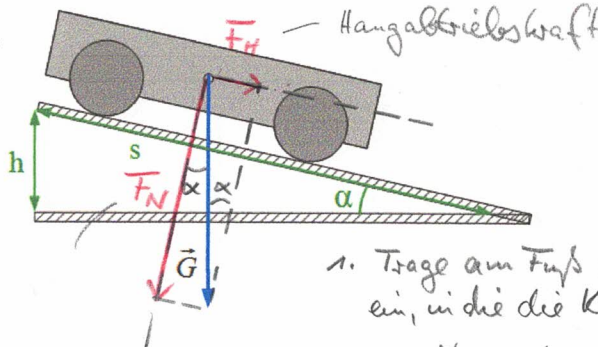
Grundprinzip:

Um mit einem Fahrzeug auf einem Kreis zu fahren, benötigt man eine Kraft, die zum Mittelpunkt hin gerichtet ist, die Zentripetalkraft ist, die



Für die Betrachtungen auf den folgenden Folien benötigen wir die Kräftezerlegung, die wir in der 9. Jahrgangsstufe z.B. für die schiefe Ebene (Hangabtrieb) kennengelernt haben. Diese Arbeitstechnik wiederholen wir hier noch mal.

Wiederholung: Kräftezerlegung am Hang



1. Trage am Fuß des Pfeils die Richtungen ein, in die die Kraft zerlegt werden soll.
2. Zeichne dazu Parallelen durch die Spitze des Pfeils.
3. Die Kanten des Rechtecks (Parallelogramms) stellen die gesuchten Kräfte dar.

$$\text{hier: } \frac{F_H}{G} = \sin \alpha, \quad \frac{F_N}{G} = \cos \alpha$$

Ausgangspunkt ist in diesem Fall die Gewichtskraft des Fahrzeugs. Zerlege die Gewichtskraft in die am Hang wirkenden Komponenten und notiere Deine Arbeitsschritte.

Bahngleise werden so verlegt, dass die Züge beim Durchfahren von Kurven leicht zum Kurveninneren hin geneigt sind. Das Bild zeigt die Situation in der Kurve im Querschnitt.

a) Konstruiere im Bild eine Kräftezerlegung. Gehe dabei von der Gewichtskraft aus (zeichne den Pfeil für die Gewichtskraft 4 cm lang). In welche Richtung wirkt die Zentripetalkraft?

b) Entwickle daraus einen Term für F_z .

c) Entwickle einen Term für die ideale Kurvengeschwindigkeit.

d) Welche Auswirkungen hat es, wenn Züge hier schneller oder langsamer fahren.

e) Derzeit wird beim Neubau von Schienenstrecken das äußere Gleis um maximal 180 mm überhöht, wobei der Schienenabstand 1435 mm beträgt. Berechne die zulässigen Kurvenradien für ICE-Züge mit 200 km/h bzw. 300 km/h Geschwindigkeit und diskutiere das Ergebnis.

Kurve mit Überhöhung (Bahn):

$$b) \frac{F_z}{G} = \tan \alpha \rightarrow F_z = G \cdot \tan \alpha$$

$$c) F_z = m \frac{v^2}{r} = G \cdot \tan \alpha$$

$$m \frac{v^2}{r} = mg \cdot \tan \alpha$$

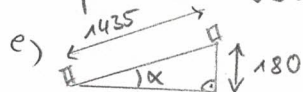
$$v^2 = rg \cdot \tan \alpha$$

$$v = \sqrt{rg \cdot \tan \alpha}$$

d) schneller: Fahrzeug wird nach außen getrieben

langsames: Fahrzeug rutscht nach innen

(Spurkranz verhindert abrutschen)

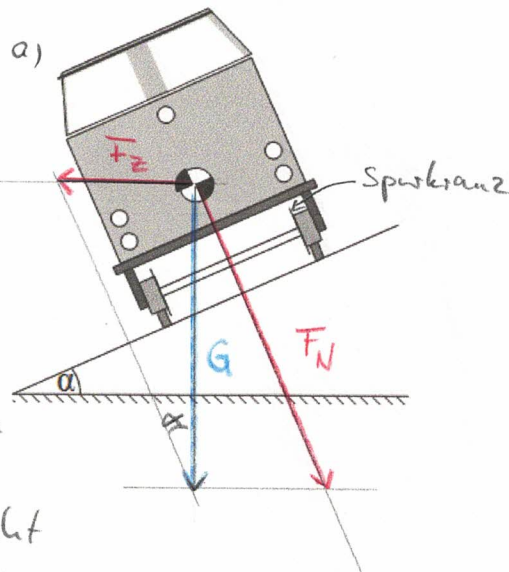


$$\sin \alpha = \frac{180 \text{ mm}}{1435 \text{ mm}} = 0,125 \rightarrow \alpha = 7,2^\circ$$

$$v^2 = rg \cdot \tan \alpha$$

$$\rightarrow r_{200} = \frac{v^2}{g \cdot \tan \alpha} = \frac{[(200 : 3,6) \frac{\text{m}}{\text{s}}]^2}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan 7,2^\circ} = 2490 \text{ m} = 2,5 \text{ km}$$

$$r_{300} = 5604 = 5,6 \text{ km}$$



In einer eng bebauten Landschaft ist es schwierig, eine Hochgeschwindigkeitsstrecke zu bauen.

Schmale Körper sorgen auf ebenen Fahrbahnen selbst für die erforderliche Neigung.

a) Führe zunächst im 1. Bild eine Kräftezerlegung der Gewichtskraft (2,5 cm) durch.

b) Beschreibe die Funktionen der beiden entstehenden Kräfte.

c) Bestimme Terme für die Zentripetalkraft F_z und die Kurvengeschwindigkeit v .

d) Erläutere das Verhalten des Radfahrers bei höherer Geschwindigkeit.

e) Berechne die Neigungswinkel für $r = 10 \text{ m}$ und $v_1 = 18 \text{ km/h}$ bzw. $v_2 = 36 \text{ km/h}$.

f) Wiederhole die Aufgabe a) im 2. Bild (zur Übung).

Wir betrachten jetzt die Auswirkung der Andruck-Kraft am Kontaktpunkt Reifen-Boden.

g) Erläutere die Auswirkung von Glatteis auf der Fahrbahn in dieser Situation.

Kurvenfahrt mit Neigung (Radfahrer):

b) Zentripetalkraft $F_z \rightarrow$ Kurvenfahrt

Längskraft $F_{\text{Längs}} \rightarrow$ drückt Fahrrad auf Straße

$$c) \quad F_z = G \cdot \tan \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

$$m g \cdot \tan \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = r g \tan \alpha \quad (\text{wie Bahn})$$

d) größere Geschwindigkeit \rightarrow stärkere Neigung α

$$e) \quad \tan \alpha = \frac{v^2}{r g}$$

$$\tan \alpha_{18} = \frac{[(18 : 3,6) \frac{\text{m}}{\text{s}}]^2}{10 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,255$$

$$\rightarrow \alpha_{18} = 14^\circ$$

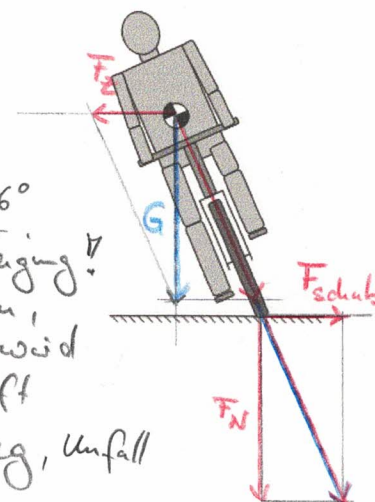
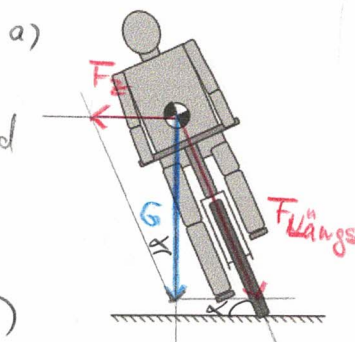
$$\tan \alpha_{36} = 1,02 \rightarrow \alpha_{36} = 46^\circ$$

Bei doppelter Geschw. dreifache Neigung!

f) es entsteht Schubkraft nach außen, die durch Reibung aufgefangen wird

g) Glatteis reduziert Reibungskraft

\rightarrow Rad rutscht seitlich weg, Unfall



1.3 Kurvenfahrt

Das Kettenkarussell ist ein beliebtes Fahrgeschäft, nicht nur auf dem Oktoberfest. Bei einer bestimmten Umlauffrequenz ergibt sich ein Winkel von $\alpha = 30^\circ$ zwischen Kette und Mast. Kind und Gondel wiegen zusammen 40 kg.

a) Bestimme den Radius der Kreisbewegung (Bild 1).

b) Zerlege den Pfeil für die Gewichtskraft geeignet (Bild 2). Erkläre die Bedeutung der auftretenden Kräfte.

c) Bestimme Bahngeschwindigkeit und Umlaufdauer.

d) „Im Kettenkarussell sind alle gleich.“ Nimm Stellung zu dieser Aussage.

Auf der Wiese: Kettenkarussell

$$a) \quad \frac{r}{L} = \sin \alpha \rightarrow r = L \cdot \sin \alpha = 10 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = 5,0 \text{ m}$$

b) F_z Zentripetalkraft \rightarrow Kreisbahn
 $F_k \rightarrow$ Zugkraft in der Kette

$$c) \quad F_z = G \cdot \tan \alpha = m \cdot g \cdot \tan \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

$$\rightarrow v^2 = r g \tan \alpha$$

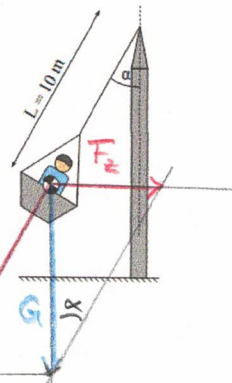
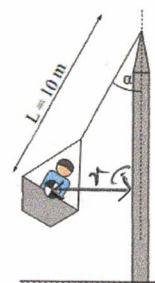
$$v = \sqrt{r g \tan \alpha} = \sqrt{5 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan 30^\circ}$$

$$= 5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 19 \text{ km/h}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 5 \text{ m}}{5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5,9 \text{ s}$$

d) Bei konstanter Umlaufdauer $\frac{1}{T}$ ist auch der Winkel α für alle gleich, unabhängig von der Masse.

$$m g \tan \alpha = m \omega^2 r = m \omega^2 L \sin \alpha$$



Selbst-Check:

- Kurvenfahrt und Zentripetalkraft
- Kurvenüberhöhung
- Kurvenneigung
- Kräftezerlegung

Übungsmöglichkeiten:

Zu diesem Thema gibt's auf der Leifseite ein paar Aufgaben unter Teilgebiet Mechanik - Kreisbewegung - Kreisdynamik, z.B. "Kräfte im Karussell", "Bobfahrer in der Kurve", "Radfahrer in der Kurve" oder "Eisschnellläuferin".