

Heinrich Hertz kam 1899 nach seinen Experimenten mit den ersten Sendeanlagen für elektromagnetischen Wellen zu der Erkenntnis: "Die Wellentheorie des Lichts ist, menschlich gesprochen, Gewissheit."

Zunächst vergleichen wir, welche Prognosen wir über den weiteren Verlauf des Laserstrahles treffen würden, wenn wir im Strahlmodell (8. Klasse) bzw. im Wellenmodell (11. Klasse) denken. In den hier abgebildeten Experimenten entdecken wir das Phänomen "Beugung" wieder, das wir schon bei Mikrowellen beobachteten. Zeichne in den Kasten "Schirmbild" das Bild, das sich jeweils auf dem Beobachtungsschirm zeigt. Beschreibe daneben jeweils den Effekt mit Fachbegriffen. Den Effekt beim mittleren Spalt können wir noch nicht erklären.

Auch dieses Experiment liefert ein Ergebnis, das wir von Mikrowellen bereits kennen.

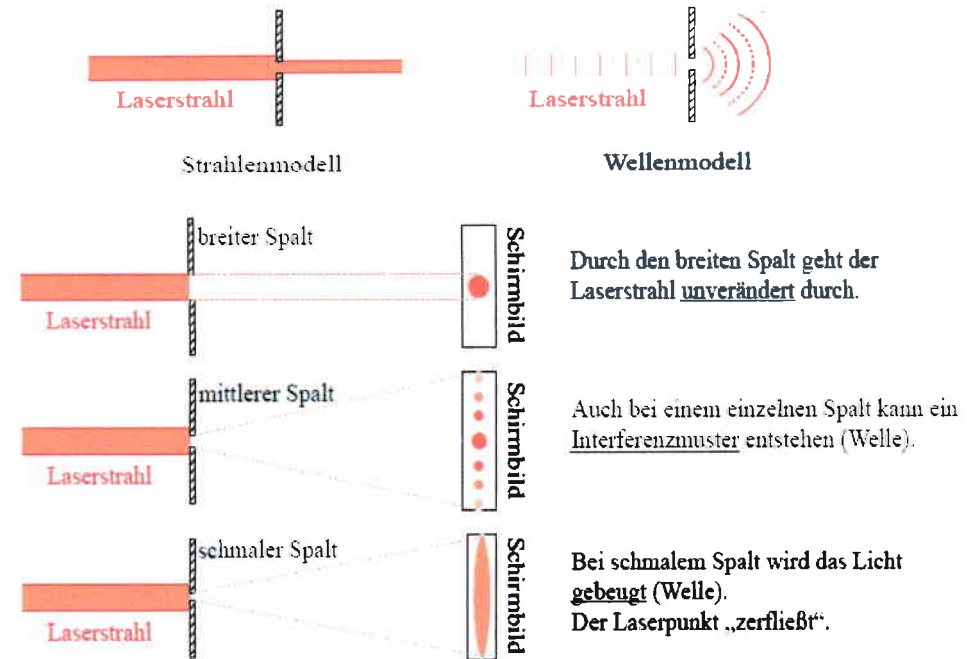
- Zeichne das Schirmbild und erkläre seine Entstehung.
- Welche Forderung ist an die Spaltbreite zu stellen?
- Beschreibe die Änderung des Interferenzmusters, wenn man den Abstand der 2 Spalte verkleinert.

Die Simulationsapp "Wellen" von der University of Colorado passt hier perfekt und hilft, das Phänomen besser zu verstehen. Du findest sie unter [phet.colorado.edu/de/simulations](http://phet.colorado.edu/de/simulations) oder mit den Suchbegriffen "phet simulation". Arbeite im Modul "Spalte", wähle dort als Quelle den Laser und als Hindernis "zwei Spalte". Mit einem Häkchen bei "Bildschirm" wird klar, wie die Wellenüberlagerung zu unserer Beobachtung führt.

## 6. Licht und Röntgenstrahlung

### 6.1 Licht an Spalt und Doppelspalt

#### Beugung am Einzelspalt:



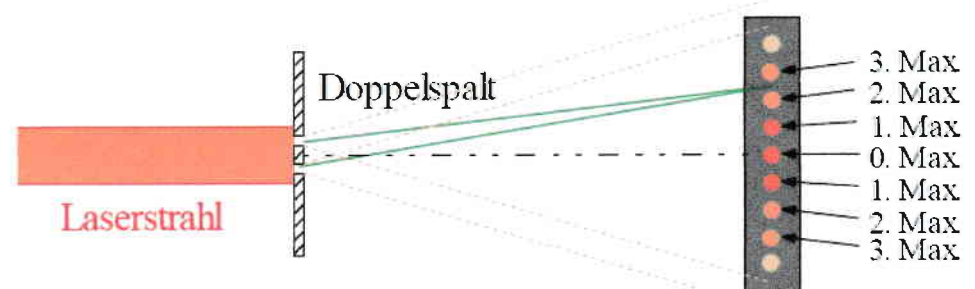
Auch bei Licht können wir an Spalten .....**Beugung**..... beobachten.

Die Entstehung dieses Phänomens erfordert aber ...**geringe**.... Spaltbreiten.

12 Licht und Röntgenstrahlung 6.1 Spalt und Doppelspalt

1

#### Doppelspaltversuch:



An beiden Spalten entstehen **Wellen**, die miteinander **interferieren** (abhängig vom Unterschied der **Weglängen**).

$$\Delta s = k \cdot \lambda \rightarrow \text{Verstärkung (hell)}$$

$$\Delta s = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \rightarrow \text{Auslöschung (dunkel)}$$

Die **Spaltbreite** sollte klein sein, damit Beugung auftritt.

Verkleinert man den **Spaltabstand**, so rücken Maxima und Minima weiter auseinander.

- Zeichne die Wegstrecken ein, die das Licht von den Spalten bis zur Position E auf dem Schirm zurücklegt.
- Ermittle graphisch den Unterschied  $\Delta s$  der beiden Wegstrecken durch Einzeichnen eines Dreiecks.
- Stelle eine Formel zur Berechnung des Wegunterschiedes auf.
- Der Winkel taucht ein weiteres Mal innerhalb des Versuchsaufbaues auf. Ermittle auch dafür eine Formel.
- Wir führen die beiden Formeln zusammen.
- Berechne  $\Delta s$  für die vierte Verstärkung neben der Mitte.
- Mit Hilfe der Interferenzbedingung können wir nun die Wellenlänge ermitteln.

Messwerte:

$$d_4 = 20 \text{ mm}$$

$$a = 400 \text{ cm} \quad b = 0,5 \text{ mm}$$

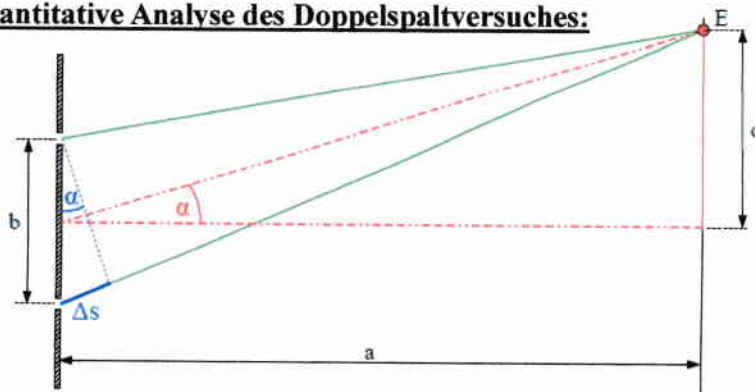
Der Schulversuch wird nochmal durchgeführt (nun mit  $a = 4,5 \text{ m}$  und  $b = 0,5 \text{ mm}$ ), zunächst mit rotem Licht ( $\lambda_r = 660 \text{ nm}$ ), dann mit grünem Licht ( $\lambda_g = 440 \text{ nm}$ ).

Berechne jeweils den Abstand  $d$  zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maxima und zeichne die beiden Interferenzmuster (als Abfolge von kurzen farbigen Strichen) untereinander in den Karo-Bereich (die Mitten der Muster untereinander).

Selbst-Check:

- Beugung am Einzelspalt
- Interferenz am Doppelspalt
- Berechnungen im Doppelspaltexperiment
- Kleinwinkelnäherung

### Quantitative Analyse des Doppelspaltversuches:



Blaues Dreieck:  $\Delta s = b \cdot \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{\Delta s}{b}$

Rotes Dreieck:

$$\tan \alpha = \frac{d}{a}$$

Die Winkel  $\alpha$  in diesem Experiment sind ausgesprochen klein. Für kleine Winkel ( $\alpha < 10^\circ$ ) gilt allgemein:  $\sin \alpha \approx \tan \alpha$

$$\rightarrow \frac{\Delta s}{b} = \frac{d}{a} \rightarrow \Delta s = b \cdot \frac{d}{a} \quad (\text{mit Kleinwinkelnäherung})$$

Versuchsdaten:  $a = 400 \text{ cm}$ ,  $b = 0,5 \text{ mm}$

Abstand 4. Maxima =  $40 \text{ mm} \rightarrow d = 20 \text{ mm}$

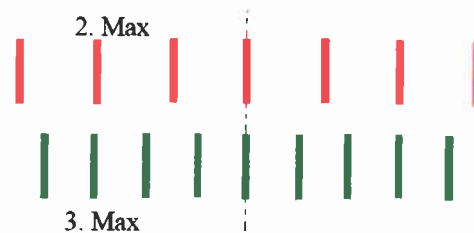
$$\Delta s = b \cdot \frac{d}{a} = 0,5 \text{ mm} \cdot \frac{20 \text{ mm}}{4,0 \text{ m}} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad \text{und} \quad \Delta s = k \cdot \lambda$$

$$\text{hier: } \Delta s = 4 \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \Delta s : 4 = 625 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 625 \text{ nm}$$

12 Licht und Röntgenstrahlung 6.1 Spalt und Doppelspalt

3

### Training: Vergleichbarer Versuch



$$k \cdot \lambda = b \cdot \frac{d_k}{a} \rightarrow d_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot a}{b} = k \cdot \frac{\lambda \cdot a}{b}$$

$$\text{Abstand zweier Maxima jeweils: } d = \frac{\lambda \cdot a}{b}$$

$$d_r = \frac{\lambda \cdot a}{b} = \frac{660 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 4,5 \text{ m}}{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,6 \text{ cm}$$

$$d_g = \frac{\lambda \cdot a}{b} = \frac{440 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 4,5 \text{ m}}{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,4 \text{ cm}$$

2. Max rot und 3. Max grün liegen an derselben Stelle, denn  $2 \cdot \lambda_{\text{rot}} = 3 \cdot \lambda_{\text{grün}}$

### Übungsmöglichkeiten:

Passende Aufgaben gibt's auf Leifiphysik unter Teilgebiet Optik - Beugung und Interferenz - Doppelspalt.

12 Licht und Röntgenstrahlung 6.1 Spalt und Doppelspalt

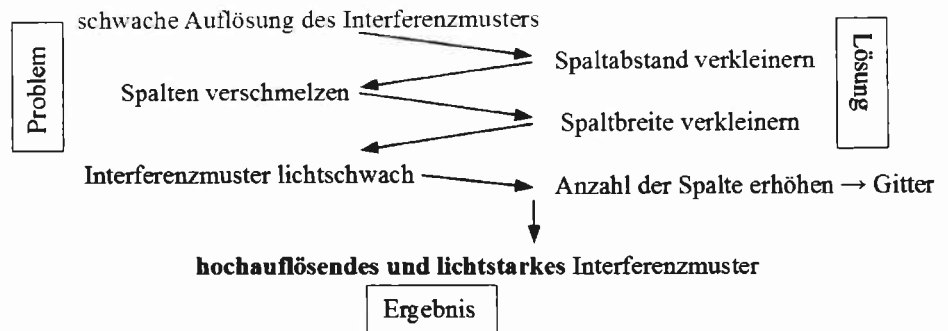
4

In unseren Experimenten mit Laserlicht lagen die einzelnen Maxima sehr nah beieinander, wir sprechen von einer schwachen Auflösung. Versucht man diese experimentell zu verbessern, so ist man mit weiteren Problemen konfrontiert, deren Lösung stringent zu einem neuen Bauteil führt.

Die ersten Transmissions-Gitter wurden Anfang des 19. Jahrhunderts von Joseph Fraunhofer erfolgreich entwickelt und eingesetzt. Beschreibe den Unterschied beim Interferenzmuster im Vergleich zu den Versuchen am Doppelspalt im vorigen Kapitel.

## 6.2 Optische Gitter

### Vom Doppelspalt zum Gitter:



### Experiment:



### Beobachtung:

Die Maxima auf dem Schirm liegen .....weit auseinander.....

Die Auslöschungsbereiche dazwischen sind .breiter als beim Doppelspalt..

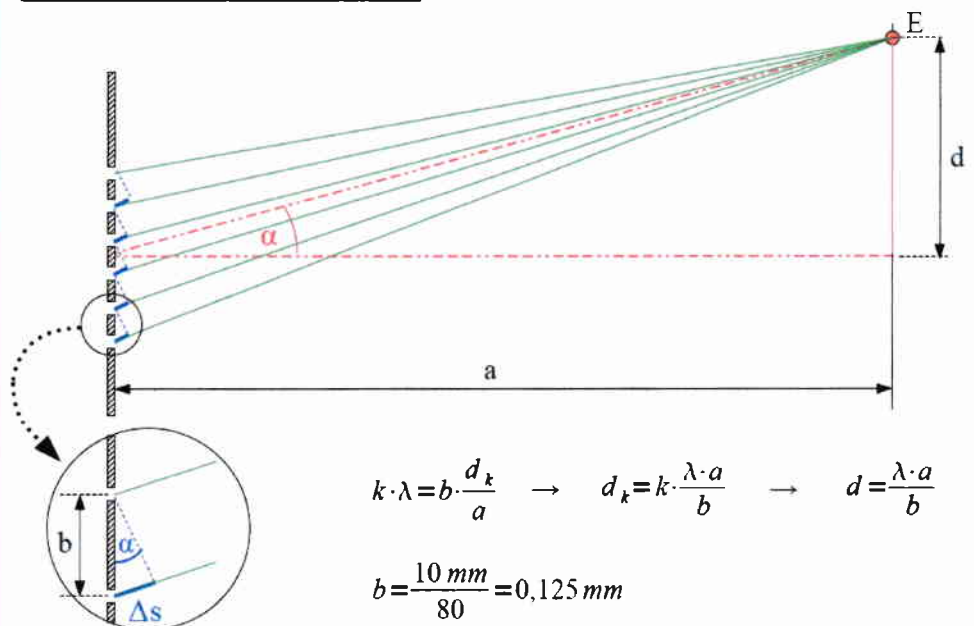
Rechentechnisch geht alles wie am Doppelspalt, da je zwei benachbarte Spalte einen Doppelspalt bilden. Es gilt also weiter die Formel:

$$k \cdot \lambda = b \cdot \frac{d}{a}$$

Beachte allerdings:

- in der Literatur findet man für den Spaltabstand oft die Bezeichnung Gitterkonstante  $g$  ( $b$  ist dann die Spaltbreite)
- bei Gittern erreicht man große Winkel, so dass man separat mit  $\sin$  und  $\tan$  rechnen muss (Kleinwinkelnäherung nicht gültig)

### Auswertung des Experiments:



$$k \cdot \lambda = b \cdot \frac{d_k}{a} \rightarrow d_k = k \cdot \frac{\lambda \cdot a}{b} \rightarrow d = \frac{\lambda \cdot a}{b}$$

$$b = \frac{10 \text{ mm}}{80} = 0,125 \text{ mm}$$

$$d = \frac{625 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 4,0 \text{ m}}{0,125 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,02 \text{ m} = 2,0 \text{ cm}$$

Die Wellenlänge des Lasers im Versuch beträgt 625 nm. Das Gitter hat 80 Linien pro cm. Wandabstand ist 4,0 m. Berechne den Abstand der Interferenzmaxima.

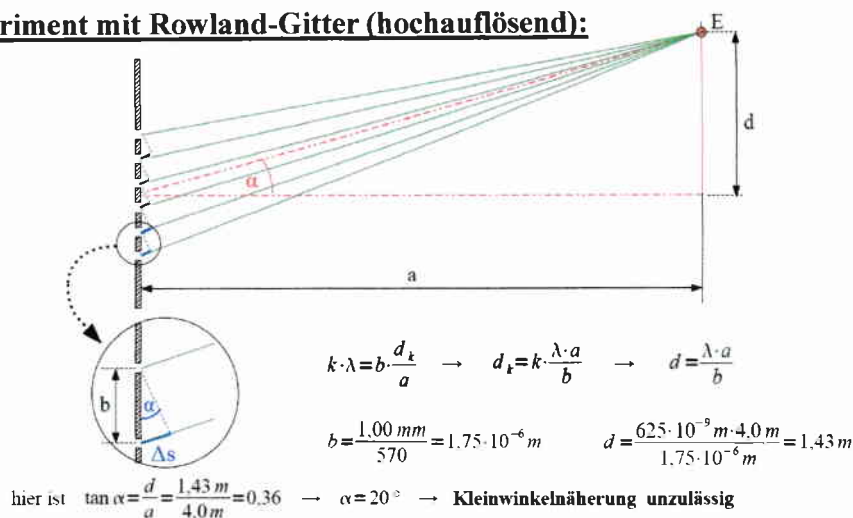
Anmerkung: hier ist  $\tan \alpha = \frac{d}{a} = \frac{0,02 \text{ m}}{4,0 \text{ m}} = 0,005 \rightarrow \alpha = 0,29^\circ$

die Kleinwinkelnäherung geht also für das 1. Maximum sicher noch in Ordnung

Ende des 19. Jahrhunderts entwickelte Henry Rowland Gitter mit sehr kleinem Linienabstand, die sehr hohe Auflösungen zulassen. In diesem Versuch arbeiten wir mit einem Gitter, das 570 Linien pro mm hat.

- Versuche zuerst, die Position des 1. Maximums mit der Formel auf der Vorderseite zu ermitteln.
- Berechne anschließend den Winkel für das erste Maximum aus dem kleinen Dreieck und der Interferenzbedingung.
- Berechne die Position  $d$  des 1. Maximums aus dem zuvor berechneten Winkel.
- Vergleiche mit dem Ergebnis im Experiment.
- Welchen Wert kann  $\sin$  maximal erreichen. Ermittle daraus die höchste Ordnung eines Maximums, die mit dieser Versuchsanordnung erreicht werden kann.

### Experiment mit Rowland-Gitter (hochauflösend):



Berechnung über den Winkel  $\alpha$ :

$$\Delta s = b \cdot \sin \alpha = \lambda \rightarrow \sin \alpha = \frac{\lambda}{b} = \frac{625 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{1,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 0,357 \rightarrow \alpha = 20,9^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{d}{a} \rightarrow d = a \cdot \tan \alpha = 4,0 \text{ m} \cdot \tan 20,9^\circ = 1,53 \text{ m}$$

höchste Ordnung  $k$  eines Maximums:

$$\Delta s = b \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda \rightarrow k = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \leq \frac{b}{\lambda} \text{ da } \sin \alpha \leq 1$$

$$\rightarrow k \leq \frac{b}{\lambda} = \frac{1,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{625 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,8$$

Bei dieser Versuchsanordnung gibt es nur ein 1. und 2. Maximum, ein 3. Maximum ist unmöglich.

Beachte: bei großen Winkeln sind auch die Abstände der Maxima untereinander nicht mehr gleich

12 Licht und Röntgenstrahlung 6.2 Optische Gitter

3

Im folgenden ist eine Aufgabe aus dem Physikabitur 2010 verkürzt wiedergegeben (aus leifiphysik.de)

a) Beschreibe einen Versuch zur Bestimmung der Wellenlänge von Laserlicht mit einem optischen Gitter. Zeige, wie man aus den Messdaten die Wellenlänge berechnet.

b) Welche Vorteile bietet das Gitter im Vergleich zum Doppelspalt?

c) Mit zwei optischen Gittern über Kreuz angeordnet erhält man dieses Interferenzbild. Bestimme das Verhältnis der Gitterkonstanten. Wie lagen die Linien beim Gitter mit dem größeren Strichabstand?

d) Bestimme die Gitterkonstante des Gitters, dessen Linien waagrecht liegen, wenn der Abstand zum Schirm 1,5 m beträgt und Licht mit der Wellenlänge 630 nm verwendet wird.

### Training: aus dem Physik-Abitur

a) siehe Folie 1

$$\Delta s = b \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda \rightarrow \sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{b}$$

$$\tan \alpha = \frac{d_k}{a}$$

Kleinwinkelnäherung:

$$\frac{k \cdot \lambda}{b} = \frac{d_k}{a} \rightarrow \lambda = \frac{b \cdot d_k}{k \cdot a}$$

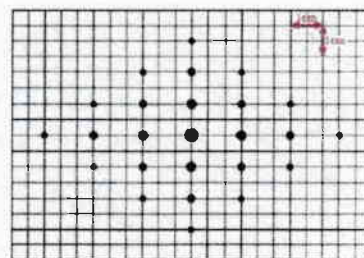
b) Gitter höher auflösend und höhere Lichtintensität

c) hier  $\lambda = \text{const}$ ,  $a = \text{const} \rightarrow b \cdot d_k = \text{const} \rightarrow b$  und  $d_k$  **umgekehrt proportional**

$d_k$  verhalten sich 2:3  $\rightarrow b$  verhalten sich 3:2

$b$  groß  $\rightarrow d_k$  klein  $\rightarrow$  senkrechtes Muster  $\rightarrow$  Gitterlinien hier waagrecht

$$d) \frac{d}{a} = \frac{\lambda}{b} \rightarrow b = \frac{\lambda \cdot a}{d} = \frac{630 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m}}{0,01 \text{ m}} = 9,45 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0,09 \text{ mm}$$



### Selbst-Check:

- vom Doppelspalt zum optischen Gitter
- Auflösung eines Gitters
- Rechenmethodik

### Übungsmöglichkeiten:

Auf Leifiphysik gibt's unter Teilgebiet Optik - Beugung und Interferenz - Vielfachspalt und Gitter Aufgaben einige Abituraufgaben, die zumindest zum Teil mit den bisherigen Kenntnissen gelöst werden können. Das vermittelt Dir eine Vorstellung von den Anforderungen, die im Abitur gestellt werden.

12 Licht und Röntgenstrahlung 6.2 Optische Gitter

4



Wir führen den Versuch der letzten Stunde nun mit dem weißen Licht einer Glühbirne durch. Da dieses im Gegensatz zu einem Laser in alle Richtungen ausgesendet wird, ist der experimentelle Aufbau etwas komplizierter. Entscheidend für uns ist aber die Geometrie hinter dem Gitter, die identisch zum Versuch mit dem Laser ist.

Wir verwenden das Gitter mit 570 Strichen pro mm bei einem Schirmabstand von 30 cm. Das erste Maximum erstreckt sich über einen Bereich von 7 cm bis 15 cm und zeigt alle Farben des Regenbogens.

a) Bestimme damit den Wellenlängenbereich von sichtbarem Licht.  
b) Kann man mit dieser Anordnung auch noch ein Maximum 3. Ordnung darstellen?

3. Ordnung:

$$\Delta s = b \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$$

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{b}$$

innen:

$$\sin \alpha = \frac{3 \cdot 398 \text{ nm}}{1754 \text{ nm}} = 0,68$$

$$\rightarrow \alpha = 43^\circ \text{ (rot geht nicht)}$$

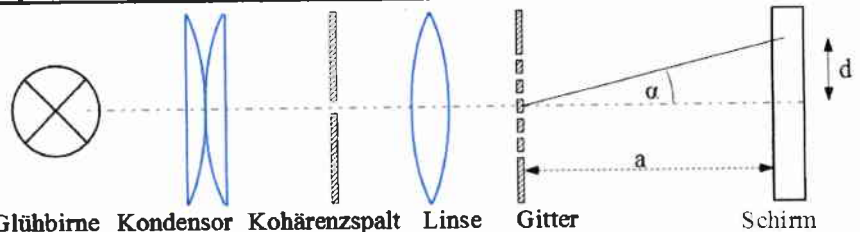
außen:

$$\sin \alpha = \frac{3 \cdot 783 \text{ nm}}{1754 \text{ nm}} = 1,34$$

(rot geht nicht)

## 6.3 Spektrum

### Spektrale Zerlegung von weißem Licht am Gitter:



Glühbirne Kondensor Kohärenzspalt Linse Gitter Schirm

$$b = \frac{1 \text{ mm}}{570} = 1,754 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1754 \text{ nm}$$

innere Grenze:

$$\tan \alpha = \frac{d}{a} = \frac{0,07 \text{ m}}{0,3 \text{ m}} = 0,23 \rightarrow \alpha = 13,1^\circ$$

$$\Delta s = 1 \cdot \lambda = b \cdot \sin \alpha \rightarrow \lambda = 1754 \text{ nm} \cdot \sin 13,1^\circ = 398 \text{ nm}$$

äußere Grenze:

$$\tan \alpha = \frac{d}{a} = \frac{0,15 \text{ m}}{0,3 \text{ m}} = 0,5 \rightarrow \alpha = 26,6^\circ$$

$$\lambda = 1754 \text{ nm} \cdot \tan 26,6^\circ = 783 \text{ nm}$$

Merke: sichtbares Licht von 400 nm bis 800 nm (ca.)

### Beobachtung:

Bei weißem Licht ergibt jedes Maximum ein ganzes „Spektrum……“, da sich für jede Farbe (Wellenlänge) eine ...andere Position d.... ergibt.

12 Licht und Röntgenstrahlung 6.3 Spektrum

1

Diese Aufgabe dient als Vorbereitung einer entsprechenden Aufgabe im Praktikum.

Wir verwenden ein Gitter mit 500 Strichen pro mm, der Schirm steht 20 cm entfernt. Berechne die Positionen der 1. Maxima für die Wellenlängen von 400 nm (violett) bis 800 nm (rot) in 50 nm-Schritten (arbeite geschickt im Team).

Erstelle damit eine symmetrische Skala (mit dem 0. Maximum in der Mitte) am unteren Rand dieses Blattes.

### Praktikumsversuch:

$$b = \frac{1 \text{ mm}}{500} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2000 \text{ nm}$$

$$\Delta s = b \cdot \sin \alpha = 1 \cdot \lambda \rightarrow \sin \alpha = \frac{\lambda}{b} = \frac{400 \text{ nm}}{2000 \text{ nm}} = 0,2 \rightarrow \alpha = 11,5^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{d}{a} \rightarrow d = a \cdot \tan \alpha = 0,2 \text{ m} \cdot \tan 11,5^\circ = 41 \text{ mm}$$

entsprechend:

$\lambda$ in nm	400	450	500	550	600	650	700	750	800
$\alpha$	11,5°	13,0°	14,5°	16,0°	17,5°	19	20,5°	22,0°	23,6°
d in mm	41	46	52	57	63	69	75	81	87



Das Spektrum des sichtbaren Lichts ist nur eine kleiner Ausschnitt aus dem großen Bereich aller elektromagnetischen Wellen, der auch Funkwellen oder Röntgenstrahlung umfasst.

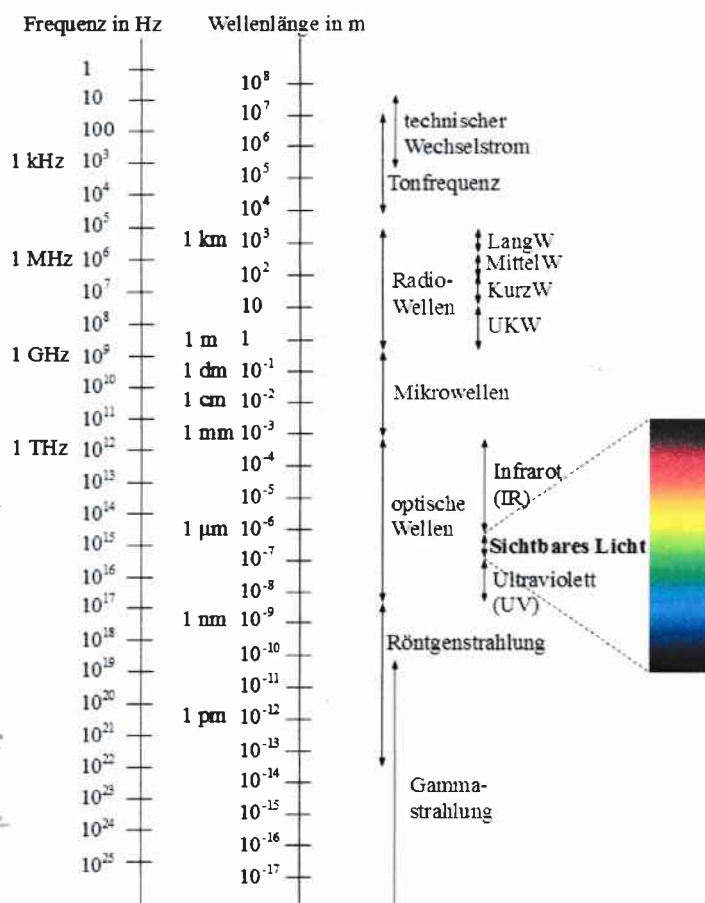
a) Die beiden Skalen sind logarithmisch (10er-Potenzen). Was bedeutet das konkret?

b) In welcher Weise hängen die beiden Skalen miteinander zusammen?

a) jeder Teilstrich vervielfacht den Wert, gleiche Abstände bedeuten Unterschiedliches

b)  $c = \lambda \cdot f$   
 $f = \frac{c}{\lambda}$ , z.B.  $f = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ nm}} = 3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

## Elektromagnetisches Spektrum:



12 Licht und Röntgenstrahlung 6.3 Spektrum

3

Im folgenden ist eine Aufgabe aus dem Physikabitur 2015 verkürzt und verändert wiedergegeben (Quelle [isb.bayern.de](http://isb.bayern.de))

Die Spektralanalyse eines farbigen Lichtstrahls ergibt das abgebildete Interferenzbild.

a) Interpretieren Sie das Interferenzmuster. (3 BE)

b) Der Schirm stand im Versuch 1,80 m hinter dem Gitter. Berechnen Sie die Wellenlänge des roten Lichts, wenn die Wellenlänge des grünen Lichts 532 nm beträgt. Begründen Sie, weshalb hier die Kleinwinkelnäherung nicht sinnvoll ist. (9 BE)

### Training: aus dem Physik-Abitur



a) das Lichtstrahl ist gelb, dieses Licht setzt sich aus rotem und grünem Licht zusammen, durch das Gitter werden die Komponenten getrennt

b)  $\lambda$  unbekannt!

$$\tan \alpha_g = \frac{d_g}{a} = \frac{847 \text{ nm}}{1800 \text{ nm}} = 0,47 \rightarrow \alpha_g = 25,2^\circ$$

$$\Delta s = 1 \cdot \lambda = b \cdot \sin \alpha \rightarrow b = \frac{\lambda_g}{\sin \alpha_g} = \frac{532 \text{ nm}}{\sin 25,2^\circ} = 1249 \text{ nm}$$

$$\tan \alpha_r = \frac{d_r}{a} = \frac{847 \text{ nm} + 249 \text{ nm}}{1800 \text{ nm}} = 0,61 \rightarrow \alpha_r = 31,3^\circ$$

$$\Delta s = 1 \cdot \lambda_r = b \cdot \sin \alpha_r = 1249 \text{ nm} \cdot \sin 31,3^\circ = 650 \text{ nm}$$

Selbst-Check:

- Zerlegung von weißem Licht
- elektromagnetisches Spektrum
- Zerlegung von farbigem Licht

### Übungsmöglichkeiten:

Von den Aufgabenempfehlungen des letzten Blattes auf Leifiphysik unter Teilgebiet Optik - Beugung und Interferenz - Vielfachspalt und Gitter Aufgaben passen in diese Stunde vor allem die Aufgaben "Spektralanalyse" und "Strahlung einer Fernbedienung".

Wilhelm Conrad Röntgen entdeckte 1895 an der Universität Würzburg beim Experimentieren mit Elektronenröhren (siehe Kap. 2 und 3) zufällig eine neue Art von Strahlung. Er erkannte deren Eignung und entwickelte ihren Einsatz zur medizinischen Diagnostik.

**Finde Eigenschaften dieser Strahlung heraus, die die Untersuchung von Skelettstrukturen aber auch verschiedenen Organen ermöglichen.**

Röntgen optimierte die uns aus Kap. 2.1 bekannte Bauweise der Elektronenstrahlröhre mit dem Ziel, die Menge und Intensität der freigesetzten Strahlung (die später nach ihm benannt wurde) zu erhöhen. 1901 erhielt er für seine Entdeckung und Entwicklung den Nobelpreis für Physik, der in diesem Jahr zum ersten Mal vergeben wurde. **Analysiere die Abbildung und erläutere das Funktionsprinzip.**

## 6.4 Röntgenstrahlung

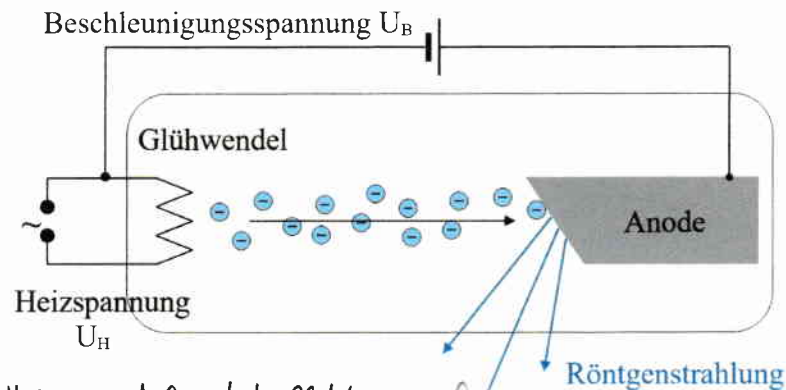
### Eigenschaften:

- sehr energiereich
- gutes Durchdringungsvermögen durch Materie
- geht durch verschiedene Materialien unterschiedlich gut
- schwärzt Fotoplatten (früher verwendet) bzw. belichtet CCD-Chips (digitale Bildaufnahme heute)

Abb. Röntgen (gemeinfrei)



### Aufbau und Funktionsprinzip der Röntgenröhre:



Heizwendel setzt Elektronen frei, diese werden durch elektrisches Feld ( $U_B$ !) beschleunigt. Beim Auftreffen entsteht an der Anode eine elektromagnetische Strahlung.

Am Beispiel von Licht haben wir in der Mittelstufe die Quantenstruktur von Strahlung kennengelernt. Für den Zusammenhang von Energieportion und Frequenz gilt diese Formel. **Berechne Frequenz und Wellenlänge der Röntgenstrahlung, wenn jedes Elektron ( $U_B = 25 \text{ kV}$ ) seine gesamte kinetische Energie zur Erzeugung eines Röntgenquants verwendet.**

Häufig werden Elektronen am Atomkern nicht vollständig abgebremst, sondern nur abgelenkt, dabei senden sie **Strahlungsquanten** kleinerer Energie aus (das kennen wir von der Synchrotronstrahlung, siehe Kap. 3.7) und fliegen dann in anderer Richtung weiter (siehe Abb.)

**Erläutere die Bedeutung des angegebenen Wertes  $U_B$  für das Energiespektrum der entstehenden Röntgenquanten sowie die Bedeutung der beiden berechneten Werte für das Frequenz- und Wellenlängenspektrum der erzeugten Röntgenstrahlung.**

### Quantenstruktur von elektromag. Strahlung:

$E_{ph} = h \cdot f$  mit Frequenz  $f$  und Planckkonstante  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

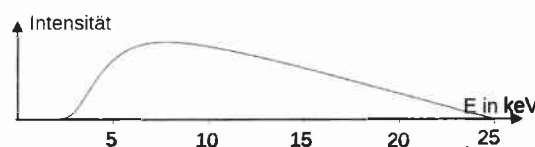
$$f = \frac{E_{ph}}{h} = \frac{e \cdot U_B}{h} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 25 \cdot 10^3 \text{ V}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 6,0 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

$$\left[ \frac{\text{Vs}}{\text{Js}} = \frac{\text{Vs}}{\text{Js}} = \frac{\text{J}}{\text{Js}} = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz} \right]$$

$$c = \lambda \cdot f$$

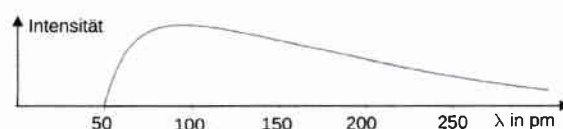
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,0 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{s}}} = 4,97 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 49,7 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 50 \text{ pm}$$

### Röntgenbremspektrum (nach Energie):



$e \cdot U_B = 25 \text{ keV}$  ist die maximale Energie der entstehenden Röntgenquanten (wenn das Elektron mit einem Atomkern kollidiert). Wird das Elektron nur abgelenkt, behält es Energie und das Röntgenquant hat eine kleinere Energie.

### Röntgenbremspektrum (nach Wellenlänge):



Die 50 pm gehören zur größtmöglichen Energie der Quanten. Zu kleineren Energien gehören größere Wellenlängen (siehe Rechnung). Die 50 pm stellen deshalb die kurzwellige Grenze des Spektrums dar.

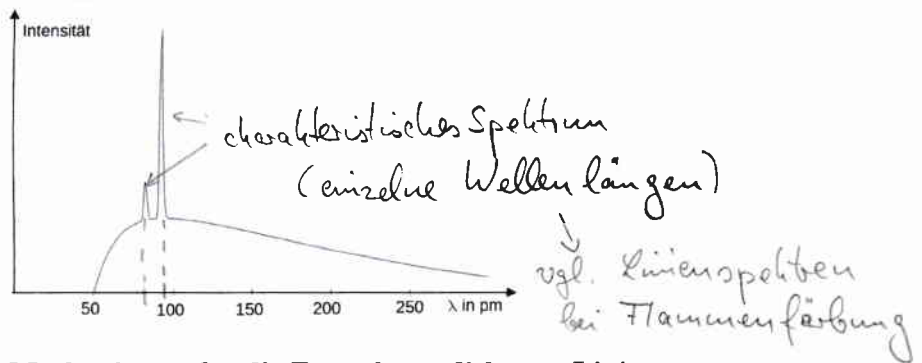


Bei höheren Energien treten im Röntgenspektrum einzelne Peaks (Linien) auf, die für das jeweilige Material (Element) der eingesetzten Anode charakteristisch sind (hier Rubidium). Der Mechanismus für das starke Auftreten dieser Wellenlängen (und damit Energien von Röntgenquanten) findet in der Elektronenhülle der Anodenatome statt, ist also ein atomphysikalischer Vorgang.

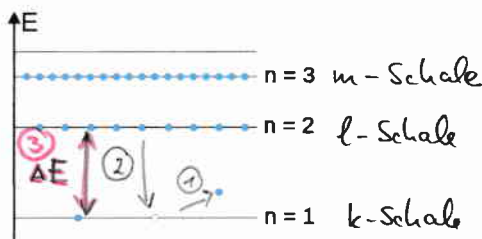
Das Energieniveauschema zeigt die Ionisation eines Atoms auf dem tiefsten Energieniveau (k-Schale), die durch das Auftreffen eines schnellen Elektrons (Röntgenröhre) hervorgerufen wurde. Erkläre mit dem Atommodell, dass hierdurch nur Strahlung bestimmter Wellenlänge entstehen kann.

Henry Mosley entwickelte eine Formel für die Berechnung der Frequenz bei solchen Übergängen. Eigentlich sollte darin die Kernladungszahl  $Z$  stehen, da das verbliebene k-Elektron den Kern etwas abschirmt, ist  $Z - 1$  besser.

### charakteristisches Spektrum:



### Mechanismus für die Entstehung diskreter Linien:



③  $\Delta E$  hat festen Betrag  
 $\leftrightarrow \lambda$  hat festen Betrag

- ① Beim Aufprall eines Elektrons aus dem Strahl wird ein Elektron aus der k-Schale des Atoms gekickt (Ionisation)
- ② Elektron aus der l-Schale rückt auf den freien Platz, Energiedifferenz  $\Delta E$  wird als Röntgenquant abgegeben

### Gesetz von Moseley:

$$\Delta E = hf = \frac{3}{4} \cdot R_{hc} \cdot (Z - 1)^2$$

mit Rydbergkonstante  $R$  und Planckkonstante  $h$

Eine Röntgenröhre mit Molybdän-Anode wird bei einer Spannung von 40 kV betrieben.

- a) Berechne Grenzfrequenz und -wellenlänge der emittierten Röntgenstrahlung.
- b) Skizziere ein Bremspektrum nach Wellenlänge und erläutere das Auftreten einer kurzwelligen Grenze im Spektrum.
- c) Erläutere die Veränderungen im Diagramm, wenn man die Betriebsspannung erhöht.
- d) Zusätzlich zum Bremspektrum treten in der spektralen Verteilung bei bestimmten Wellenlängen Peaks (Linien) auf. Erläutere den zugrundeliegenden atomphysikalischen Vorgang und stelle den Zusammenhang zum Diagramm her. Begründe den Begriff "charakteristisches Spektrum".
- e) Berechne Frequenz und Wellenlänge der  $K_{\alpha}$ -Linie.

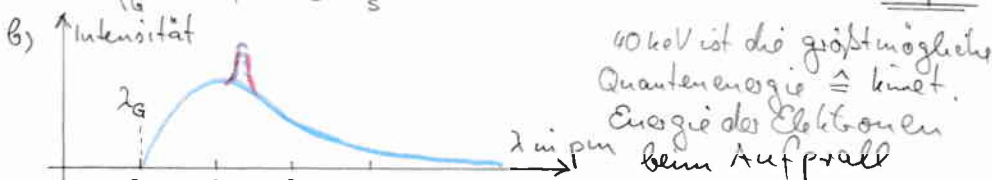
### Selbst-Check:

- Erzeugung und Eigenschaften von Röntgenstr.
- Bremspektrum
- charakterist. Spektrum
- Gesetz von Moseley

### Training: Spektren einer Röntgenröhre

a)  $E_{ph} = h \cdot f \rightarrow f_G = \frac{E_{ph}}{h} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 40 \cdot 10^3 \text{ V}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 9,66 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$

$c = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda_G = \frac{c}{f_G} = \frac{3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,66 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{s}}} = 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 31 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 31 \text{ pm}$



$\rightarrow f = 9,66 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$  maximale Frequenz  $\rightarrow \lambda = 31 \text{ pm}$  minimale Wellenlänge

- c) Kurve insgesamt höher (mehr Intensität) und Grenzwellenlänge  $\lambda_G$  (Beginn der Kurve) rutscht nach links
- d) atomarer Übergang in ionisiertem Atom von höheren Schalen auf den freien Platz in der k-Schale  $\rightarrow$  Energiedifferenz  $\Delta E$  wird als Röntgenquant mit fester Wellenlänge abgegeben ( $\Delta E$  jeweils charakteristisch für Anodenmaterial)

### Übungsmöglichkeiten:

e)  $f = \frac{3}{4} \cdot R_{hc} (Z - 1)^2 \cdot \frac{1}{h} = \frac{3}{4} \cdot 1,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (42 - 1)^2 = 4,2 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$   
 Eigentlich ist das Thema "Röntgenstrahlung" in der Atomphysik besser untergebracht als in der Elektrik, deshalb finden sich auch kaum Aufgaben, die mit unseren eingeschränkten Kenntnissen sinnvoll zu bearbeiten wären.

Auf Leifphysik passt hier im Teilgebiet Atomphysik - RÖNTGEN-Strahlung Aufgabenübersicht lediglich (dafür aber sehr gut) die Abituraufgabe "h-Bestimmung mit Röntgenstrahlung" zu diesem Kapitel.